L'auteur commence par exposer les méthodes élémentaires d'intégration pour les équations du second ordre et le procédé des approximations successives; comme dans la première partie, il aborde ensuite l'étude topologique des caractéristiques en se bornant à des équations d'une forme particulière qui ont été étudiées par M. Birkhoff Ce chapitre, que l'on peut, dans une certaine mesure, rapprocher des recherches de M. Bendixson, est d'une lecture plus difficile. Mais si l'auteur s'est contenté de quelques aperçus, s'il n'a fait qu'effleurer un sujet qui intéresse particulièrement les analystes, c'est qu'il tenait surtout à diriger la curiosité du lecteur vers des problèmes où l'Analysis situs est appelée certainement à jouer un rôle capital, et faire pressentir ainsi l'importance de cette discipline.

D'autres problèmes, classiques cette fois-ci, sont traités ensuite par M. Bieberbach, les uns se rattachant aux belles recherches de M. Picard sur les équations différentielles renfermant un paramètre arbitraire, d'autres à celles de Fuchs, et bien que l'auteur se borne aux équations linéaires du second ordre, ce qu'il en dit peut suffire pour aborder sans difficulté l'étude du cas général.

La troisième partie du livre est consacrée à la théorie des équations aux dérivées partielles que l'auteur esquisse à grands traits.

Il est à regretter que quelques errata se soient glissés dans l'excellent ouvrage de M. Bieberbach, mais un lecteur attentif les corrigera sans peine.

D. Mirimanoff (Genève).

Emile Borel et Robert Deltheil. — **Probabilités, Erreurs.** — 1 vol. in-16 de 200 pages et 10 figures. (Collection Armand Colin); 5 francs; Librairie Armand Colin, Paris, 1923.

Cet ouvrage, malgré son aspect réduit, aborde les principaux problèmes du Calcul des Probabilités. Il est même riche quant aux développements relatifs aux probabilités continues particulièrement étudiées par M. R. Deltheil.

Les principes généraux sont présentés, d'une manière remarquablement aisée, non pas en établissant immédiatement des théorèmes mais en résolvant tout de suite des problèmes où n'intervient que la notion de dénombrement. Les théorèmes s'imposent, dès lors, de manière absolument naturelle. La valeur probable ou la valeur moyenne suivent l'introduction de l'espérance mathématique.

La formule de Stirling remplace rapidement les factorielles de l'analyse combinatoire par des exponentielles plus maniables et nous voici, avec la loi des écarts, à la fonction $\Theta(\lambda)$ et à la courbe en cloche. Tout cela se lit comme un recueil de récréations mathématiques et cependant rien n'est omis pour faire juger de l'extrême importance du théorème de Jacques Bernouilli, de la loi des grands nombres, du principe fondamental ainsi formulé: *Dans une nombreuse série d'épreuves, l'événement favorable se produit avec une fréquence voisine de sa probabilité.* Il convient aussi de signaler ici d'ingénieuses discussions relatives aux cas où les épreuves sont partagées en plusieurs groupes, et où l'on peut conserver une même loi d'écart à condition d'avoir une *unité d'écart* variable.

Les probabilités continues apparaissent comme pouvant donner lieu aussi bien à d'élégantes formules de calcul intégral qu'à des constructions géométriques des plus esthétiques.

Signalons le problème du bâton brisé en trois morceaux favorables à la construction d'un triangle, le fameux problème de l'aiguille qui fait dépendre d'un jeu de hasard un π fort acceptable, les problèmes de cordes dans le cercle imaginés par J. Bertrand et qui sont repris et généralisés. Là encore, c'est tantôt l'amusement mathématique, tantôt l'aperçu profond sur le choix de la *probabilité élémentaire* où s'introduit, d'après Poincaré, une fonction arbitraire positive, ce qui n'empêche pas certains cas particulièrement intéressants de conduire à des résultats indépendants de la fonction arbitraire choisie.

Un chapitre sur les *Probabilités des Causes* termine la première partie de l'ouvrage. Nous serons bref sur les *Applications* constituant la deuxième partie. Elle portent sur les statistiques et leurs anomalies étudiées par Dormoy, Lexis, Pearson, ... Viennent ensuite les méthodes statistiques de la Physique moléculaire. Signalons la loi de Maxwell, l'équipartition de l'énergie, le principe de Carnot et l'interprétation de Boltzmann pour laquelle le système tend vers l'état de probabilité maximum. Après le mouvement brownien (Einstein, Perrin, ...) se place une rapide discussion des fluctuations qui, inappréciables dans les champs finis ordinaires, se révèlent cependant dans certains champs microscopiques.

Une troisième partie traite des *erreurs d'observation*. Tout naturellement il s'agit de la loi de Gauss d'après laquelle la probabilité, pour qu'une erreur soit comprise entre x et $x + dx$, s'exprime par une différentielle exponentielle à exposant quadratique. Il n'est pas absolument facile de la justifier de manière rigoureuse et les savantes discussions de Poincaré ont surtout montré qu'on pouvait s'en tenir à ce qui, auparavant, était la sécurité empirique. Quoiqu'il en soit, elle a un aboutissement des plus remarquables qui est la *méthode des moindres carrés*. Les auteurs ont illustré celle-ci d'exemples numériques. Si l'on ajoute que tous les chapitres du livre sont terminés par d'intéressants exercices, il est permis de dire que nous devons, à MM. Borel et Deltheil, une œuvre de portée d'autant plus grande qu'elle est partout écrite avec la plus captivante simplicité. A. Buhl (Toulouse).

E. Bortolotti. — **Lezioni di Geometria Analitica.** Volume Primo. — 1 vol. in-8° de 373 p.; 45 lires; Nicola Zanichelli, Bologne.

Ces « Lezioni » correspondent au cours de géométrie analytique que professe l'auteur à l'Université de Bologne. Elles débutent par une intéressante introduction historique comprenant une trentaine de pages et dans laquelle l'auteur fait ressortir les différentes étapes de la géométrie analytique depuis l'algèbre géométrique des anciens jusqu'aux développements modernes. M. Bortolotti insiste à juste titre sur l'importance qu'il y a à faire ressortir les idées directrices et rappelle l'opinion du savant géomètre Zeuthen qui dit que ceux qui veulent apprendre une science « ont moins besoin des résultats tout prêts et complets transmis par leurs prédécesseurs, que des pensées et des impulsions fécondes qu'ils ont reçues en même temps que les résultats ».

Dans ce premier volume, l'auteur fait l'étude du point, de la droite et du plan en géométrie à deux et à trois dimensions, puis il expose les propriétés des sections coniques. Il introduit dès le début les notions fondamentales relatives aux rapports anharmoniques, à l'homographie et à l'involution. Un Appendice est consacré aux propriétés projectives des formes fondamentales de seconde et de troisième espèce. H. F.