Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Band: 24 (1924-1925)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: MÉTHODE NOUVELLE DE PROJECTION DE L'HYPERESPACE A QUATRE DIMENSIONS

Kapitel: I. — Notions préliminaires;

Autor: Hlavaty, V.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-515769

MÉTHODE NOUVELLE DE PROJECTION DE L'HYPERESPACE A QUATRE DIMENSIONS

PAR

V. Hlavatý (Prague).

Dans ce mémoire, nous allons exposer les principes de projection de l'hyperespace (à quatre dimensions) sur un plan, à l'aide de deux projections seulement. Nous n'y traiterons que des problèmes fondamentaux, dont la connaissance permet de résoudre les problèmes spéciaux. Nous supposons la connaissance

A. de la géométrie projective dans un plan,

B. de la méthode de projection d'un espace linéaire à trois dimensions sur un plan à l'aide de deux centres à l'infini, et

C. de la géométrie élémentaire de l'hyperespace linéaire à quatre dimensions.

I. — Notions préliminaires.

1. — *Terminologie.* Nous nous servons de lettres

$$a, b, c, \ldots \qquad \mathrm{A}, \mathrm{B}, \mathrm{C}, \ldots \qquad \alpha, \beta, \gamma, \ldots \qquad \mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \ldots$$

pour désigner les points a, b, c, ..., les droites A, B, C, ..., les plans α, β, γ, ..., et les espaces à trois dimensions **A**, **B**, **C**, ... (brièvement les espaces) dans l'hyperespace (l'espace linéaire à quatre dimensions). Les éléments à l'infini seront dits *impropres*, et désignés par des lettres soulignées $\underline{a}$, $\underline{\mathrm{A}}$, $\underline{\alpha}$ ...

Nous appelons *méthode élémentaire* de projection la méthode sub B. Le *rayon de rappel du point p* joint l'une à l'autre les projections du point p. Les indices i, k, *toujours distincts*, se rapportent aux valeurs 1 ou 2.

2. — *Eléments fondamentaux.* Choisissons un plan quelconque π avec la droite impropre $^{0}\underline{C}$ pour plan de projection. Désignons par $^{2}\underline{C}$ la droite impropre du plan complètement orthogonal à π. Tous les plans, dont les deux angles extrêmes d'inclinaison à π sont de la valeur $+45°$, se rencontrent suivant la droite $^{1}\underline{C}$. Alors chaque droite du plan passant par $^{1}\underline{C}$ forme avec π l'angle $+45°$.

II. — Point.

1. — Un point quelconque a de l'hyperespace et la droite $^{i}\underline{C}$ déterminent le plan projetant qui coupe le plan de projection π au point a_i. Nous le désignons comme la *i-ième projection* du point a. Les deux points a_1 et a_2 déterminent à leur tour le point a de l'espace, car les plans projetants $(a_1{}^{1}\underline{C})$ et $(a_2{}^{2}\underline{C})$ se rencontrent en un point a:

Le point est fixé par ses deux projections et ces deux projections déterminent à leur tour le point dans l'hyperespace.

Le point a et le plan π déterminent l'espace $\mathbf{A} \equiv (a\pi)$. On peut considérer le point a dans l'espace $\mathbf{A}$ et on parvient à la méthode élémentaire de projection. Les centres de projection sont les points impropres des rayons projetants (aa_1) et (aa_2). Cela nous permet aussitôt de trouver la distance $\overline{aa_2}$ du point a et du plan π. On l'obtient en rabattant le triangle aa_2a_1 dans π.

2. — *Positions exceptionnelles.* Les projections du point a se confondent en a, si ce point se trouve dans π. $(a_1 \equiv a_2 \equiv a)$.

Soit $\underline{u}$ un point impropre dans l'unique espace impropre $(^{1}\underline{C}{}^{2}\underline{C})$. Les projections $\underline{u}_1$, $\underline{u}_2$ sur $^{0}\underline{C}$ ne le déterminent pas d'une manière uniforme, parce que les plans $(^{1}\underline{C}\,\underline{u})$ et $(^{2}\underline{C}\,\underline{u})$ se rencontrent suivant une droite $\underline{D}$. En ce cas $\underline{u}_i$ est la i-ième projection de chaque point sur $\underline{D}$. Les rayons projetants $^{i}\underline{C}$ de $^{k}\underline{C}$ engendrent un paraboloïde hyperbolique. Si $\underline{u}$ est situé sur une génératrice projetante de ce paraboloïde, on a $\underline{u}_i \equiv \underline{u}_k$. Le point $\underline{u}$ sur $^{i}\underline{C}$ n'a pas la i-ième projection.

Pour la distance de deux points voir III, 3.