Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 24 (1924-1925)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: MÉTHODE NOUVELLE DE PROJECTION DE L'HYPERESPACE A QUATRE DIMENSIONS

Autor: Hlavaty, V.

Kapitel: V. — Espace.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-515769

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 12.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

V. — Espace.

1. — *Triangle impropre.* On a trois points remarquables ${}^0c$, ${}^1c$, ${}^2c$, dans chaque espace **A**. Ce sont les points d'intersections $(\overline{{}^0C\mathbf{A}})$, $(\overline{{}^1C\mathbf{A}})$, $(\overline{{}^2C\mathbf{A}})$. Ils déterminent le plan impropre de l'espace **A**. ${}^0c$ est le point impropre de la trace T de **A** sur π. On l'obtient, en joignant deux traces x, x' de deux plans α, α' de **A** (IV, 1). Le point ${}^ic$ n'a pas sa i-ième projection (II, 2). Pour le trouver, on cherche la droite d'intersection D des plans $({}^ic\mathrm{T})$ et α. Sa i-ième projection D_i est sur T, parce que le plan $({}^ic\mathrm{T})$ passe par ${}^ic$ (IV, 2, A). On trouve d'après IV, 4, A sa k-ième projection dans α_k. Parce que la droite cherchée rencontre π, les rayons de rappels de ses points passent par ${}^ic_k$ (III, 2, B). C'est la k-ième projection du centre de projection ${}^ic$ pour la droite D. Nous appelons ${}^0c\,{}^1c\,{}^2c$ *triangle impropre* de l'espace **A**.

2. — *Positions exceptionnelles.* — A. **A** contient π. Alors les projections ${}^ic_k$ et ${}^kc_i$ se confondent. C'est donc la méthode élémentaire de projection avec les centres à l'infini.

B. **A** contient ${}^iC$. Dans ce cas, sa trace T_i est sa i-ième projection. Spécialement pour $i = 2$:

La deuxième projection de l'espace demiorthogonal à π est une droite.

C. **A** contient ${}^1C$ et ${}^2C$. Il est donc l'unique espace impropre de l'hyperespace.

3. — *Point et espace.* Soit donné un point quelconque p_i dans π. Le plan $({}^iCp)$ et l'espace donné **A** se rencontrent suivant une droite P qui passe par ${}^ic$. p_i est donc la i-ième projection d'une droite P de **A**, passant par ${}^ic$. Or, il nous faut encore un de ses points pour la connaître. Le plus facile est de déterminer le point d'intersection p' de P et du plan $({}^kc\mathrm{T})$, parce que sa k-ième projection se trouve sur T_k. Le point d'intersection de T_{12} et de $({}^kc_ip_i)$ nous livre p'_k. $\mathrm{P}_k \equiv ({}^ic_kp'_k)$.

Toutes les droites P_k sont parallèles.

4. — *Droite et espace.* Trouvons la k-ième projection D_k d'une droite D de **A**, si D_i est donnée. Il suffit de répéter deux fois la construction de V, 3, pour deux points a et b, sur D. Il s'en suit aussitôt que chaque droite de π peut être considérée comme la

k-ième projection D_k appartenant à D_i, pourvu que l'on fasse correspondre à deux points a_i et b_i de D_i les points a_k et b_k sur D_k d'après V, 3.

Grâce à cette méthode, on peut facilement trouver le point d'intersection d'une droite quelconque E et de l'espace **A**. On trouve, d'après la méthode que nous venons d'expliquer, une droite D dans **A** telle que l'on a $E_1 \equiv D_1$ et $E_2 \equiv D_2$. Les droites E et D se rencontrent au point cherché (III, 3).

5. — *Plan et espace. Deux espaces.* Pour trouver l'intersection de ces deux figures linéaires, on procède d'après la méthode précédente et on détermine ainsi le nombre nécessaire des points communs à ces deux figures linéaires.

6. — *Constructions auxiliaires* pour résoudre les problèmes non métriques dans **A**. On peut projeter l'espace **A** d'un point o quelconque (non situé dans **A**) sur un espace **A**′ contenant π. Grâce à cette projection on parvient à la méthode élémentaire de projection sur π. Soit donc $\mathbf{A} \equiv (a\,{}^2\underline{c}\,{}^1\underline{c}\,{}^0\underline{c})$ l'espace à projeter, $\mathbf{A}' \equiv ({}^1\underline{c}', {}^2\underline{c}'\,\pi)$ l'espace de projection et $\underline{o}$ sur ${}^i\underline{C}$ le centre de projection. Chaque point a de **A** a $a_i \equiv a'_i$, si a' désigne le point projeté sur **A**′. Le point a' se trouve sur $P \equiv (\underline{o}a)$. Mais, parce qu'il est aussi dans **A**′, le point d'intersection des rayons $(a'_i\,{}^i\underline{c}'_k)$ et P_k nous représente a'_k. Pour projeter un point quelconque a' de **A**′ sur **A**, il faut trouver la droite A_k appartenant à a_i dans **A** (V, 3). L'intersection de cette droite avec $P_k \equiv (\underline{o}_k\, a'_k)$ nous donne a_k. On approuve facilement le théorème suivant: *Le plan d'intersection des espaces* **A** *et* $(\underline{o}\,\pi)$ *se projette en* π.

Pour résoudre un problème nonmétrique dans **A**, on le projette sur **A**′ et on y effectue la résolution. On fait ensuite projeter la figure cherchée sur **A**, d'après la méthode ci-dessus exposée.

VI. — Orthogonalité.

1. — *Notes préliminaires.* Soient $\underline{A}$ et $\underline{A}'$ les droites impropres de deux plans α, α'. Pour trouver les angles extrêmes d'inclinaison de ces deux plans, il faut trouver d'abord deux sécantes $\underline{B}$, $\underline{B}'$ à $\underline{A}$, $\underline{A}'$ qui soient conjuguées par rapport à la sphère absolue. Ce sont les droites impropres de deux plans complètement orthogonaux β et β', demiparallèles et demiorthogonaux à