

I. — Algèbre et analyse

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **24 (1924-1925)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **06.08.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Une classe de deux heures pour le programme de géométrie descriptive ;

Une séance de trois heures pour l'exécution des épures de géométrie descriptive.

En dehors de ces leçons, des interrogations sont faites par le maître ou par d'autres professeurs. Les élèves sont interrogés en particulier ou par groupes pendant une demi-heure environ chaque semaine.

H. F.

I. — ALGÈBRE ET ANALYSE ¹.

Notion de nombre *incommensurable* ². Valeurs à $\frac{1}{10^n}$ près. Calculs approchés.

Division des polynômes entiers. Plus grand commun diviseur de deux polynômes ³.

Arrangements, permutations, combinaisons (sans répétition). Formule du binôme dans le cas d'un exposant entier et positif ⁴.

Calcul des radicaux. Exposants fractionnaires, incommensurables, négatifs.

Déterminants. Echange des lignes et des colonnes; échange de deux lignes ou de deux colonnes; combinaison des lignes ou des colonnes. Développement suivant les éléments d'une ligne ou d'une colonne. Produit de deux déterminants.

Equations linéaires ⁵. Résolution au moyen des déterminants.

Formes linéaires. — Conditions d'indépendance.

Nombres complexes. — Opérations. Formule de Moivre. Application à la multiplication et à la division des angles. Résolution trigonométrique des équations binômes ⁶.

Séries. — Progression géométrique. Séries à termes positifs. Série $\sum \frac{1}{n^p}$.

Caractères de convergence tirés de l'étude de $\sqrt[n]{u_n}$ et de $\frac{u_n}{u_{n+1}}$. Séries

¹ Le professeur devra s'abstenir de toute théorie générale sur la notion de limite et se contenter de faire comprendre cette notion sur les exemples mêmes que fournit le programme.

² La notion de nombre incommensurable sera déduite de la mesure des grandeurs; on pourra définir les nombres incommensurables soit par des suites, soit par des coupures opérées dans l'ensemble des nombres rationnels. Il ne sera pas nécessaire de donner une théorie complète des opérations sur ces nombres, et l'on pourra admettre qu'elles sont soumises aux mêmes règles que les opérations élémentaires de l'arithmétique. L'essentiel est que les élèves sachent dans quels cas de tels nombres se trouvent définis, et comment ils interviennent dans les calculs numériques.

³ La condition pour que deux polynômes aient un plus grand commun diviseur de degré donné n'est pas dans le programme.

⁴ La sommation des piles de boulets, les puissances d'un polynôme à plus de deux termes, autres que le carré ou le cube, sont en dehors du programme.

⁵ Les élèves devront être exercés à résoudre des systèmes simples d'équations linéaires sans faire usage des déterminants.

⁶ La formule de Moivre dans le cas d'un exposant non entier, les racines primitives d'une équation binôme sont en dehors du programme.

absolument convergentes¹. Séries alternées dont le terme général décroît constamment en valeur absolue et tend vers zéro.

Calcul approché de la somme d'une série convergente; limite supérieure de l'erreur commise.

Définition du nombre e ; ce nombre est incommensurable.

Séries à termes complexes.

Multiplication de deux séries absolument convergentes².

Fonctions d'une variable réelle. — Représentation graphique. Continuité³.

Fonctions usuelles: polynômes, fonctions rationnelles, fonctions algébriques explicites; fonctions a^x , $\log x$, x^m ; fonctions circulaires et hyperboliques, directes et inverses.

Infiniment petits et infiniment grands. Comparaison des infiniment petits. Application à l'étude des séries. Comparaison des infiniment grands.

Limite de $\left(1 + \frac{1}{m}\right)^m$ pour m infini.

Dérivée d'une fonction; signification géométrique. Dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient, d'une puissance entière, d'une fonction de fonction, d'une fonction inverse. Dérivées des fonctions usuelles.

Dérivées successives. Dérivée $n^{\text{ième}}$ du produit de deux fonctions.

Théorème de Rolle. Formule des accroissements finis; interprétation géométrique. Formule de Taylor⁴.

Emploi de la dérivée pour l'étude de la variation d'une fonction d'une variable; maxima et minima.

Fonctions primitives d'une fonction donnée⁵.

Séries entières, à coefficients réels, d'une variable réelle. Intervalle de convergence⁶. A l'intérieur de l'intervalle de convergence, on obtient la dérivée ou une primitive de la fonction définie par la série, en dérivant ou intégrant terme à terme⁷.

Développements en série de $\frac{1}{1-x}$, $\text{arctg } x$, $\log(1-x)$, $\log \frac{1-x}{1+x}$; série exponentielle, séries pour les fonctions hyperboliques; série du binôme; série⁸ arc sin x .

Série de Taylor. Développement en série de $\sin x$ et $\cos x$.

Croissances de e^x et de $\log x$, comparées à celle de x^m .

¹ Il est superflu de s'occuper de l'ordre des termes dans une série qui n'est pas absolument convergente.

² Les séries à double entrée ne sont pas dans le programme.

³ On s'abstiendra de toute complication pour la notion de continuité. On admettra sans démonstration qu'une fonction continue dans un intervalle (bornes comprises) y est bornée supérieurement et inférieurement, qu'elle y atteint sa limite supérieure et sa limite inférieure, qu'elle passe par toutes les valeurs intermédiaires. On n'envisagera que des fonctions continues admettant une dérivée.

⁴ On ne donnera que le reste dit de Lagrange.

⁵ On admettra ici l'existence d'une fonction primitive, pour toute fonction continue; on donnera la démonstration quand on étudiera les intégrales définies.

⁶ Dans toute cette théorie, on ne s'occupera pas de ce qui se passe aux bornes de l'intervalle de convergence. La notion de convergence uniforme n'est pas dans le programme.

⁷ On pourra admettre cette règle, mais on établira la convergence des séries auxquelles elle conduit.

⁸ Les développements en série de arc tg x , $\log(1-x)$, arc sin x s'obtiendront en intégrant les séries dérivées. La série exponentielle et la série du binôme se déduiront des équations $y' = y$ et $(1+x)y' = my$.

Applications de la formule de Taylor, des développements en série et des propriétés des infiniment petits et des infiniment grands à l'étude des diverses formes d'indétermination ¹.

Fonctions e^z , $\cos z$, $\sin z$, $\operatorname{ch} z$, $\operatorname{sh} z$ pour z complexe ². — Egalités $e^z e^{z'} = e^{z+z'}$, $e^{x+iy} = e^x (\cos y + i \sin y)$.

Fonctions de plusieurs variables réelles indépendantes. — Dérivées partielles. Dérivée d'une fonction composée. Formule de Taylor ³. Dérivée d'une fonction implicite ⁴. Identité d'Euler pour les fonctions homogènes.

Différentielles. — Différentielle première d'une fonction d'une variable. Différentielle totale, définie par la formule $df = f'_x dx + f'_y dy + \dots$. Transformation de cette expression lorsqu'on remplace x, y, \dots , par des fonctions d'autres variables. Application. Calculs sur les différentielles ⁵.

Propriétés générales des équations algébriques. — Nombre des racines d'une équation ⁶. Conditions pour qu'un nombre soit racine d'un ordre de multiplicité donné ⁷.

Relations entre les coefficients et les racines. Calcul d'une fonction entière et symétrique des racines, en fonction des coefficients de l'équation. Elimination d'une inconnue entre deux équations au moyen des fonctions symétriques ⁸. Transformation d'une équation par une substitution rationnelle portant sur une seule racine.

Propriétés spéciales des équations à coefficients réels. Racines imaginaires conjuguées. Indication que fournissent les signes de résultats de la substitution de deux nombres réels ⁹.

¹ La règle de l'Hospital, en dehors du cas $\frac{0}{0}$ pour une valeur finie de x , n'est pas dans le programme.

² Les fonctions e^z , $\cos z$, $\sin z$, $\operatorname{ch} z$, $\operatorname{sh} z$, pour z complexe, n'ont été introduites au programme qu'en vue de leurs applications aux calculs sur les nombres complexes, à la trigonométrie, et à l'intégration des équations différentielles linéaires à coefficients constants. Les séries qui les définissent étant convergentes quel que soit z , cette introduction ne nécessite aucun développement sur les séries entières de variable complexe, qui demeurent en dehors du programme. On pourra admettre que la règle de dérivation des séries entières et le théorème des fonctions de fonctions s'appliquent au cas d'une variable complexe; ou bien définir la dérivée d'une fonction imaginaire de variable réelle et vérifier pour m complexe, la règle de dérivation de e^{mx} .

³ Les maxima et minima des fonctions de plusieurs variables ne doivent donner lieu à aucun développement. On se bornera à montrer qu'en tout maximum ou minimum, les dérivées partielles s'annulent.

⁴ On admettra l'existence des fonctions implicites et de leurs dérivées.

⁵ On entend que les élèves doivent être exercés à calculer directement avec les différentielles comme avec les dérivées, qu'ils doivent s'en servir couramment lorsque le choix des variables indépendantes reste arbitraire, et savoir les utiliser pour des changements de variables simples et dans les calculs sur les fonctions implicites. Il ne s'agit du reste, que de différentielles du premier ordre.

⁶ On admettra que toute équation, à coefficients réels ou imaginaires, admet au moins une racine, réelle ou imaginaire.

⁷ La décomposition en facteurs donnant respectivement les racines d'un même ordre de multiplicité n'est pas dans le programme.

⁸ On n'étudiera pas le cas où le coefficient de la plus haute puissance de x , dans l'une des équations, deviendrait nul; et on ne donnera pas le calcul de la racine commune par les fonctions symétriques. Les élèves devront, du reste, être exercés à effectuer les éliminations, dans les cas simples; en remplaçant les équations données par des combinaisons de ces équations, de degré moindre.

⁹ Le théorème de Rolle ayant été vu dans la théorie des fonctions, il est inutile d'en faire une application spéciale aux équations algébriques entières. La réalité des racines

Recherche des racines commensurables ¹.

Intégrales. — L'aire d'un segment de courbe est la limite de la somme des aires des rectangles inscrits ². Intégrale définie. Valeur moyenne d'une fonction dans un intervalle.

Dérivée d'une intégrale définie considérée comme fonction de sa limite supérieure ³. Intégrale définie.

Changement de variables ⁴. Intégration par parties.

Décomposition des fractions rationnelles en éléments simples. Intégration des différentielles rationnelles et de celles qui deviennent rationnelles par un changement de variable simple ⁵.

Applications du calcul des intégrales simples à la mesure des aires planes, à l'évaluation des volumes, à la rectification des courbes, à l'évaluation de l'aire d'une zone de révolution, à la détermination des centres de gravité, au calcul des moments d'inertie ⁶.

Equations différentielles ⁷. Intégration des équations différentielles de premier ordre: 1° dans le cas où les variables se séparent immédiatement; 2° dans le cas où l'équation est homogène ou linéaire.

Intégration de l'équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants sans second membre; cas où le second membre est un polynôme ou une somme d'exponentielles de la forme Ae^{ax} .

Calculs numériques. Usage des tables de logarithmes et de la règle à calcul.

Calcul approché d'une racine d'une équation par la méthode de Newton, par celle des parties proportionnelles, par celle des approximations successives ⁸.

Calcul approché d'une intégrale définie par la méthode des trapèzes.

d'une équation quelconque $f(x) = 0$ résultera de l'étude des variations de la fonction $y = f(x)$ et du tracé correspondant.

¹ Il suffira de savoir que le numérateur et le dénominateur de toute racine commensurable sont respectivement des diviseurs des coefficients extrêmes, quand tous les coefficients sont entiers.

² On pourra considérer la notion d'aire comme une notion première, admettre que l'aire d'un segment est la limite de la somme des aires des rectangles inscrits (quelle que soit la loi d'inscription), et en déduire la notion d'intégrale définie; ou bien opérer dans l'ordre inverse, en admettant que la somme qui sert à définir l'intégrale a une limite unique, dans le cas d'une fonction continue, et en définissant l'aire par l'intégrale.

³ On pourra raisonner sur l'aire représentée par l'intégrale.

⁴ La règle sera déduite, pour l'intégrale définie comme pour l'intégrale indéfinie, de la règle de différentiation d'une fonction de fonction.

⁵ Il s'agit des différentielles rationnelles en x et $\sqrt{ax^2 + bx + c}$, ou en $\sin x$ et $\cos x$, ou en e^x , $\operatorname{ch} x$, $\operatorname{sh} x$.

⁶ Toutes ces applications ne doivent comporter que le calcul d'une intégrale définie simple: les intégrales multiples sont en dehors du programme. Dans chaque cas, on admettra l'existence de la limite par laquelle se définit la grandeur considérée, ou bien l'on considérera cette grandeur comme une notion première. Elle se présentera comme une fonction d'une variable, on en cherchera la différentielle, et on remontera à la fonction par une intégration. On pourra admettre que les longueurs d'un arc et de sa corde, que les aires d'une zone de révolution et du tronc de cône correspondant, sont des infiniment petits équivalents.

⁷ On se bornera aux types explicitement indiqués.

⁸ Les méthodes d'approximation ne devraient pas être demandées aux examens oraux. On pourra se borner à les justifier par des considérations géométriques. La méthode des approximations successives sera donnée seulement pour une équation de la forme $x = f(x)$ et on supposera que la dérivée $f'(x)$ reste en valeur absolue inférieure à l'unité.