Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 24 (1924-1925)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: Paul Lévy. — Calcul des Probabilités. Un vol. gr. in-8° de VIII-350 pages. Prix: 40 francs. Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1925.

Autor: Buhl, A.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 11.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Parmi des compléments divers signalons l'influence d'un champ de gravitation, le cas de molécules non sphériques et de très petites impulsions, qui ne semblent pas s'accorder avec les postulats de la Mécanique ordinaire et appeler la Théorie des Quanta, la molécule où *quelque chose* vibre pour produire un rayonnement; il n'est pas indispensable de se représenter ce quelque chose pour parvenir à des équations linéaires et à des développements trigonométriques.

Nous terminons avec le Principe d'évolution ou Principe de Carnot. La Théorie cinétique s'y montre plus puissante que l'ancienne Thermodynamique; elle permet de généraliser l'entropie et ici, comme en tout ce qui précède, se montre *relativiste* en ce sens que, tantôt macroscopique, tantôt microscopique, ses résultats peuvent avoir des aspects différents pour l'observateur grossier et l'observateur subtil. En ces captivantes questions l'insaisissable et parfois si décevante notion de vérité est remplacée, de manière particulièrement heureuse, par celle d'une harmonie que personne, semble-t-il, ne pourra sérieusement contester. Il y a sans doute une forte probabilité pour que ce soit l'Analyse mathématique qui donne les meilleures représentations des phénomènes universels.

A. Buhl (Toulouse).

Paul Lévy. — **Calcul des Probabilités.** Un vol. gr. in-8° de VIII-350 pages. Prix: 40 francs. Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1925.

Les ouvrages sur le Calcul des Probabilités naissent, à l'heure actuelle, avec une étonnante rapidité. Ceux de M. E. Borel et d'éminents collaborateurs ne sont pas encore complètement publiés qu'en voici un autre, livrant des enseignements déjà faits au Collège de France et à l'Ecole Polytechnique et d'une manière telle qu'il conquiert hautement le droit de s'imposer, en toute première ligne, à l'attention des géomètres, des psychologues et de tous les théoriciens du Hasard.

Il contient une Première partie de 133 pages qui est presque entièrement dépourvues de formules. Laplace, Bertrand, Poincaré..., ont commencé ainsi, mais ici M. Paul Lévy apporte tant de nombreuses et intéressantes remarques que le plaisir de les lire ne paraîtra certainement point défloré par quelque lecture plus ancienne. De plus, c'est avec intention que j'ai écrit le mot « psychologue ». Devant des faits qui ont des probabilités égales pour différents observateurs, lesquels conviennent d'ailleurs de cette égalité théorique, l'auteur nous fait souvent assister à des différences de jugement qu'on ne peut attribuer qu'à des différences psychologiques entre ces observateurs. Le Calcul des probabilités apparaît alors comme un mode de jugement qu'on peut concevoir, au moins idéalement, comme indépendant des psychologies personnelles. Ceci n'est pas magnifier peu le dit calcul mais Laplace promettait déjà quelque chose en ce sens et le moins qu'on puisse dire est que M. Paul Lévy a continué la grande tradition avec une rare finesse d'esprit.

Passons à la partie mathématique proprement dite. On sait le grand progrès introduit par M. E. Borel avec la notion de « probabilité dénombrable ». Ce progrès est maintenant poursuivi. Tout ce qui dissèque la continuité, les ensembles et leur mesure, les intégrales de Stieltjes et de Lebesgue, les fonctions mesurables, sommables, etc. tout cela, dis-je, est

repris d'une façon sommaire, généralement très intuitive et colle, tout au long, avec les formules et les raisonnements d'un Calcul des probabilités convenablement étendu.

Viennent aussi du côté de la loi de Gauss, de la fonction caractéristique attachée à la courbe en cloche, des généralisations qui, à l'étonnement de l'auteur lui-même, font retomber sur des résultats obtenus par Cauchy et oubliés depuis. C'est qu'il y a des courbes en cloche plus simples que celle de Gauss, par exemple $y(1 + x^2) = 1$.

La « Composition des lois de Probabilité » part très simplement de la notion de variable éventuelle toujours assimilable au gain d'un joueur. Elle conduit aux compositions, de coefficients et de fonctions caractéristiques, non moins simples et à une première conclusion de *stabilité* concernant la loi de Gauss. La loi de Cauchy est également stable. Lois composantes et loi résultante sont liées par d'intuitifs théorèmes de continuité.

Les « Lois de probabilité variables, la notion de loi réduite » développent considérablement l'ancienne idée d'après laquelle une erreur, somme d'un grand nombre d'erreurs partielles indépendantes, obéit à une loi qui tend vers celle de Gauss. Une loi dépendant d'un paramètre peut tendre vers une loi limite quand ce paramètre tend vers une limite; ceci conduit à des fonctions caractéristiques tendant vers des fonctions limites et comme, en général, la limite d'expressions variables est plus simple que ces expressions ou que, du moins, il y a avantage à ce qu'il en soit ainsi dans beaucoup de questions pratiques, les lois variables avec limite conduisent naturellement aux lois de probabilité réduites.

Avec la « Loi des grands nombres » nous étudions toujours des transformations possibles de la loi de Gauss mais, comme on peut s'en douter, ces transformations n'apparaissent point d'abord comme arbitraires; elles sont dans un « domaine d'attraction » de la loi de Gauss. Bien plus un espace fonctionnel, avec ses points qui représentent des fonctions ou des lois, peut intervenir d'une manière prodigieusement intéressante; cet espace admet la loi de Gauss pour origine. De telles considérations donnent à la théorie une structure analytique que d'autres auteurs moins bien outillés déclaraient trop complexe, cette structure devenant ici maniable et intuitive.

Il y a, tout de même, des « Lois exceptionnelles » n'appartenant pas au domaine d'attraction de la loi de Gauss. Elles ont leurs domaines d'attraction particuliers ce qui n'empêche pas qu'il existe une composition de lois appartenant à différents domaines d'attraction.

Mais, avec la « Théorie des erreurs », la loi de Gauss reprend toute son importance; à son exposant quadratique s'attache la fameuse méthode des moindres carrés.

Enfin dans la « Théorie cinétique des gaz » l'exponentielle de Gauss reparaît encore dans la loi de Maxwell. Le Calcul des probabilités vient ici compléter merveilleusement la mécanique rationnelle; il démontre notamment l'équipartition de l'énergie et conduit, c'est le cas de le dire, à considérer la réalité moléculaire comme extrêmement probable.

Ce bel ouvrage se termine par une Note sur « Les Lois de probabilité dans les ensembles abstraits ».

Si le calcul des probabilités se joue élégamment du dénombrable et du continu, peut-il s'étendre, au moins en tant qu'abstraction théorique,

comme la théorie des ensembles elle-même, avec les ensembles plus puissants que le continu ?

N'essayons point de répondre, pour M. Paul Lévy, à cette question aussi passionnante que difficile. Renvoyons à son livre, si fin, si disert, si original malgré toute la modestie qui lui a fait fouiller l'œuvre des prédécesseurs pour tenter de rendre à chacun ce qui lui était dû. On y verra comment les théories les plus en vogue peuvent prendre, tout à coup, du fait d'un auteur habile, un remarquable cachet synthétique qui semble leur imprimer des couleurs spéciales, séduisantes et nouvelles.

A. Buhl (Toulouse).

Stanislas Millot. — **Théorie nouvelle de la Probabilité des Causes.** — Une brochure gr. in-8°, vi-36 pages. Prix 5 francs. Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1925.

Le Calcul des Probabilités est décidément à la mode. Dans la délicate question de la probabilité des causes, M. St. Millot ne quitte pas le point de vue de Laplace mais il en déduit une théorie surtout géométrique en introduisant la notion de *zone de probabilité*. D'où d'intéressantes figures et l'application de méthodes nomographiques de M. M. d'Ocagne.

Outre les questions assez habituelles concernant la masculinité ou la féminité dans les naissances, l'auteur examine des cas biologiques plus originaux, comme celui d'une réaction tentée à l'Institut Pasteur d'Alger sur des malades suppurants ou non. La recherche du degré de certitude pour que la réaction corresponde effectivement à un état spécial revient, en effet, à un calcul graphique très simple.

Les fondements de la brochure sont constitués par quatre Notes présentées aux *Comptes rendus* en 1922-23. On ne peut que souhaiter à l'auteur de développer encore davantage ses méthodes de tracé.

A. Buhl (Toulouse).

G. Bouligand. — **Précis de Mécanique rationnelle** à l'usage des élèves des Facultés des Sciences. — Tome I, avec un choix de problèmes proposés à la licence et à l'agrégation et rédigés par M. J. Dollon. Un vol. gr. in-8° de VIII-282 pages. Prix 25 fr. Vuibert, Paris, 1925.

Ceci paraît être le premier ouvrage de quelque étendue, concernant la Mécanique rationnelle, qui soit dû à un jeune élève de M. P. Appell. Logiquement, un tel livre devait apparaître tôt ou tard, mais combien l'excellence et le caractère grandiose de l'œuvre du Maître semblait devoir entacher d'inutilité toute nouvelle tentative dirigée dans le même sens. Or, ce qui justifie ici cette nouvelle tentative, c'est précisément le triomphe des idées jadis mises au premier plan par M. Appell, c'est-à-dire de cette mécanique analytique qui autrefois rejetée à la fin des traités, puis heureusement mêlée à ceux-ci, arrive maintenant en première ligne, l'idéalisme mathématique s'étant révélé sinon supérieur (la question est toujours controversée), du moins beaucoup plus intéressant que l'empirisme phénoménal.

Il a fallu aussi mettre de plus en plus nettement en place les théories mécaniques par rapport à leurs principes et, dans cet ordre d'idées, la netteté de M. Bouligand — je ne crois pas exagérer — me semble parfaite. Si, par exemple, il s'agit de la cinématique galiléenne — et l'on peut faire beaucoup