I

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **24 (1924-1925)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **06.08.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

LA THÉORIE DES GROUPES ET LES RECHERCHES RÉCENTES DE GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE [1]

PAR

E. CARTAN (Paris).

I

On sait, depuis M. F. KLEIN (Programme d'Erlangen [2]) et S. LIE, le rôle important joué par la théorie des groupes dans la géométrie. H. POINCARÉ a popularisé dans le grand public scientifique cette idée fondamentale que la notion de groupe est à la base des premières spéculations géométriques. La géométrie élémentaire est au fond la théorie des invariants d'un certain groupe, le groupe des déplacements euclidiens; elle a en effet pour but l'étude des propriétés des figures qui se conservent par un déplacement arbitraire; dire que tous les déplacements forment un groupe, c'est justement exprimer en langage précis l'axiome d'après lequel deux figures égales à une troisième sont égales entre elles.

La géométrie projective a de même pour objet l'étude des propriétés des figures qui se conservent par le groupe des transformations homographiques, et on peut également assigner à la géométrie affine, à la géométrie conforme ou anallagmatique, etc., un groupe correspondant. Inversement tout groupe continu donne naissance à une discipline géométrique autonome.

Dans chacune de ces géométries on attribue, pour la commodité du langage, à l'espace dans lequel les figures étudiées

[1] Conférence faite le mercredi 13 août 1924, au Congrès international de mathématiques, qui s'est tenu à Toronto du 11 au 16 août.

[2] Le Programme d'Erlangen (1872) a été reproduit dans les *Math. Annalen*, t. 43 (1893), p. 63-109, ainsi que dans le t. I des *Gesammelte mathematische Abhandlungen* de F. Klein (1921).

sont localisées les propriétés elles-mêmes du groupe correspondant, ou groupe *fondamental*; c'est ainsi qu'on est arrivé à dire: « l'espace euclidien », « l'espace affine », etc., au lieu de « l'espace dans lequel on n'étudie que les propriétés des figures invariantes par le groupe euclidien, le groupe affine, etc. » Chacun de ces espaces est *homogène*, en ce sens que ses propriétés restent inaltérées par une transformation du groupe fondamental correspondant.

Plusieurs années avant le Programme d'Erlangen, B. Riemann avait introduit, dans son mémoire célèbre: « *Ueber die Hypothesen welche der Geometrie zu Grunde liegen*[1] », des espaces *non homogènes* au sens qui vient d'être donné à cette expression. Dans ces espaces le carré de la distance de deux points infiniment voisins était défini par une forme différentielle, jusqu'à un certain point arbitraire, mais qu'en fait, on a toujours supposée quadratique. Ces espaces ont fait l'objet de nombreux et importants travaux, principalement en Allemagne et en Italie[2]. Mais ils ont surtout pris une importance considérable depuis que M. Einstein, par la théorie de la relativité généralisée, a essayé, en identifiant notre Univers à un espace de Riemann, de réunir en une seule et même théorie la gravitation, l'optique et l'électromagnétisme. Le mouvement d'idées auquel cette théorie a donné naissance a conduit, par des généralisations importantes, à des espaces nouveaux; il suffira de citer les espaces de M. H. Weyl et les espaces de M. Eddington. Quel rôle la notion de groupe joue-t-elle, ou plutôt doit-elle jouer, dans ce champ nouveau de la Géométrie; est-il possible de faire rentrer dans le cadre, suffisamment élargi, du programme d'Erlangen toutes les géométries nouvelles et une infinité d'autres, c'est ce que je me propose d'examiner.

II

A première vue, la notion de groupe semble étrangère à la géométrie des espaces de Riemann, car ils ne possèdent l'homo-

---

[1] B. Riemann, *Gesammelte math. Werke*, Leipzig (1876), p. 254–269.

[2] Il nous suffira de citer les noms de E.-B. Christoffel, R. Lipschitz, A. Voss, G. Ricci, L. Bianchi et T. Levi-Civita.