

**F. Klein. — Gesammelte mathematische  
Abhandlungen herausgegeben von R. Fricke  
und H. Vermeil (von F. Klein mit ergänzenden  
Zusätzen versehen). Zweiter Band:  
Anschauliche Geometrie. Substitutionsgruppen  
und Gleichungstheorie. Zur Mathematischen  
Physik. ...**

Autor(en): Young, G.-C.

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **24 (1924-1925)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **06.08.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

On admirera l'emploi si fécond et presque magique de l'intégrale de Cauchy.

Que ce livre puisse guider de nouveaux chercheurs et qu'on me pardonne de n'avoir pas cherché à attribuer à l'auteur la part de résultats originaux qui lui revient en propre; ce serait trop long.

Rolin WAVRE (Genève).

F. KLEIN. — **Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus.** Dritte Auflage. I. Band: Arithmetik, Algebra, Analysis, ausgearbeitet von E. HELLINGER, für den Druck fertig gemacht und mit Zusätzen versehen von Fr. SEYFARTH. — 1 vol. in-8° de 315 p. avec 125 fig.; cartonné, 16 M. 50. (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Band XIV). Julius Springer, Berlin.

Ces conférences sur les principes des mathématiques élémentaires envisagées à un point de vue supérieur ont obtenu un succès bien mérité, dépassant le cadre des auditeurs du savant professeur de Göttingue. Aux deux premières éditions qui ont paru sous forme de cours autographiés succède ce volume faisant partie de la collection Springer. L'ouvrage devient ainsi accessible à un cercle plus étendu de lecteurs. Il s'adresse plus particulièrement aux candidats à l'enseignement supérieur. Le tome I, consacré à des chapitres choisis d'arithmétique, d'algèbre et d'analyse, a été publié avec la collaboration de M. S. Seyfarth. Il ne diffère guère de l'édition originale. Les additions ont été groupées dans un appendice contenant deux notes rédigées par M. Seyfarth. Elles traitent, l'une des progrès récents réalisés dans l'enseignement mathématique en Allemagne, l'autre de publications nouvelles se rattachant aux questions étudiées dans ce volume.

II. F.

F. KLEIN. — **Gesammelte mathematische Abhandlungen** herausgegeben von R. FRICKE und H. VERMEIL (von F. Klein mit ergänzenden Zusätzen versehen). *Zweiter Band*: Anschauliche Geometrie. Substitutionsgruppen und Gleichungstheorie. Zur Mathematischen Physik. — 1 vol. in-8°, 743 p. avec 185 fig. dans le texte; 25 G. M. Verlag Julius Springer, Berlin.

Le Tome II de la collection des mémoires de Félix Klein est celui des trois qui intéressera le plus particulièrement l'enseignement. C'est en effet dans la première section de ce volume qu'on trouve les mémoires sur la géométrie intuitive, écrits pour la plupart entre 22 et 27 ans. Le rôle de l'intuition dans l'étude de la géométrie doit retenir l'attention des professeurs à tous les degrés de l'enseignement. Cette faculté est assez répandue, spécialement parmi les jeunes.

Dans l'introduction à la première section, M. Klein fait l'historique de sa productivité dans le domaine de la géométrie intuitive. Il en attribue la première impulsion à sa liaison avec Plücker, dont il fut l'assistant de 17 à 20 ans. L'ouvrage détaillé sur les modèles de surfaces constituait, comme il le reconnaît, « un travail d'éclaireur, une exploration dans une région encore tout à fait inconnue » (p. 3), une région, convient-il d'ajouter, où il y a encore beaucoup à faire.

Au point de vue de la culture de l'esprit du jeune mathématicien, il est suggestif de lire ce qu'écrit M. Klein, non seulement de l'influence de son maître Plücker et de l'étudiant Wenker, son ami, mais aussi de l'impulsion

reçue lors de sa visite à une réunion de mathématiciens à Göttingue, en 1868. C'est là qu'il vit pour la première fois le modèle de la surface cubique avec ses 27 lignes droites. C'était aussi une révélation pour lui de trouver en 1870, des trésors inattendus dans la collection de modèles mathématiques du Conservatoire des Arts et Métiers à Paris, ainsi que peu de temps après aux écoles polytechniques de Darmstadt et de Karlsruhe.

L'expérience nous a enseigné que maint esprit, géométrique de nature, est perdu pour la science, grâce à l'influence desséchante d'une méthode exclusivement logique et analytique et l'absence d'une collection de modèles, tels qu'on les trouve aujourd'hui, grâce aux efforts de M. Klein et d'autres encore dans chaque université ou école polytechnique en Allemagne. Récemment de retour du Congrès des mathématiciens à Toronto, nous avons pu apprécier l'influence encourageante d'un contact avec les esprits les plus éclairés que nous y avons rencontrés. Il est à recommander aux jeunes de faire les sacrifices en vue d'entrer en relation avec les savants à l'occasion de réunions scientifiques.

La seconde section s'occupe de groupes de substitutions et de la théorie des équations. Nous citerons en particulier les mémoires LII et LIII sur les équations différentielles linéaires avec solutions algébriques et les nombreux travaux sur l'icosaèdre et son équation. L'introduction à cette section nous montre de nouveau l'empreinte laissée dans l'œuvre de Klein par son entourage. C'est Gordan qui joue un rôle prépondérant dans cette époque de sa vie. L'histoire de cette intimité, avec ses résultats pour les sciences mathématiques, doit être lu dans l'original. Nous n'en citerons que le passage où M. Klein situe son livre sur l'icosaèdre parmi les œuvres antérieures traitant ce même sujet.

« Dans ce livre, j'ai perfectionné plusieurs détails et j'ai apporté bien des simplifications... D'autre part, j'ai supprimé plusieurs points, spécialement dans la théorie des invariants... La matière est présentée, tout au moins en ce qui concerne l'équation du 5<sup>e</sup> degré, dans l'ordre historique. C'est ainsi que l'impression s'est répandue dans les milieux mathématiques que cette méthode a pour but de rendre intuitive la théorie de l'icosaèdre. Cette manière de voir ne correspond pas du tout à l'impression que j'ai en considérant aujourd'hui mes travaux d'autrefois. Je dirais plutôt que le véritable fondement des recherches précédentes d'Hermite, de Kronecker et de Brioschi ne se trouve que dans l'étude préalable de la théorie de l'icosaèdre (et de la théorie des modules elliptiques, qui se trouve dans mon troisième volume). La preuve en est qu'on réussit entre 1876 et 1880, non seulement à éclaircir tous les points encore nébuleux de leur théorie, mais à s'attaquer avec un élan irrésistible à des questions qui n'avaient pas été soulevées jusqu'à ce moment. J'estime que ces années de progrès décisif correspondent à la période la plus heureuse de ma productivité mathématique. Au point de vue extérieur, elle est caractérisée par la présence fréquente de Gordan. La scène en était presque toujours Eichstadt, situé entre Erlangen et Munich; nous y passions souvent le dimanche ensemble. Gordan aimait à parler plus tard de la « *Mathesis quercupolitana* » — c'était son expression. Hélas ! après mon transfert à Leipzig, ce travail en commun n'a pu être continué dans la même mesure. Ainsi je n'avais pris part qu'indirectement aux développements des équations du 7<sup>e</sup> degré avec le groupe de Galois de 168 substitutions, que Gordan a publiés 1880-1885 dans les *Mathematische Annalen*, tomes 17-25. Dans ces travaux, les idées fondamentales sont

cachées sous un amas de calculs superflus : pour cette raison elles n'ont pas attiré l'attention qu'elles méritaient. Même le compte rendu très flatteur que M. Noether a publié dans les *Mathematische Annalen*, tome 75, à l'occasion de la mort de Gordan, n'y a pas beaucoup changé. C'est pour cette raison que j'ai jugé opportun d'ajouter au N° LVII de ce volume un commentaire, dans lequel je présente ces idées telles que je les vois et en les simplifiant. »

Nous attirons l'attention de nos lecteurs plus particulièrement sur le fait que par la publication des ouvrages récents de M. Speiser et de M. Fueter, un effort est fait pour remettre ces sujets à l'ordre du jour dans l'enseignement.

La dernière section du volume s'occupe de la physique mathématique. Ce sujet a toujours été aimé de M. Klein; il nous a même dit qu'il regrettait que son avancement prématuré à une chaire de mathématique pure à l'université l'ait empêché de poursuivre ses études auprès de Kelvin en Grande-Bretagne.

Au point de vue de l'enseignement, ces mémoires ont moins de valeur que l'activité organisatrice de M. Klein à l'Université de Göttingue. C'est grâce à lui en grande partie, que l'étude de la physique mathématique en Allemagne a pris une si grande place dans les trente dernières années et que des instituts de physique, de géophysique et de machines techniques dignes des grandes universités ont été édifiés.

De ce point de vue, les notes autobiographiques de cette troisième section sont d'un grand intérêt. Nous citerons en guise de conclusion ces mots de la préface, écrits par M. Klein pour le tome IV de l'*Encyclopédie mathématique* (1908) : « La mécanique et les mathématiques appliquées en général ne peuvent être étudiées que par un contact étroit avec la réalité, avec l'expérience; la littérature n'y joue qu'un rôle accessoire. C'est en initiant les jeunes gens, dès la première enfance, à l'observation des phénomènes de mécanique et, plus tard, en maintenant un contact suivi entre les travaux de laboratoire et les mathématiques que l'on favorise le progrès de la mécanique. Le développement moderne correspond en grande partie à ces idées. Que la connaissance de la mécanique, qui est une discipline fondamentale de toute science naturelle, arrive de cette manière à une nouvelle floraison. En particulier, que les mots de Leonardo da Vinci: « la mécanique est le paradis des mathématiciens » soient de nouveau réalisés.

G.-C. YOUNG (Lausanne).

SOPHUS LIE. — **Gesammelte Abhandlungen.** Herausgegeben von dem Norwegischen mathematischen Verein, durch Fr. ENGEL und P. HEEGAARD. Fünfter Band: Abhandlungen über die Theorie der Transformationsgruppen, Erste Abteilung. — 1 vol. gr. in-8°, de 776 p.; cartonné, 25 couronnes norvégiennes; H. Aschehoug et Cie. Kristiania, 1924.

Nous reproduisons d'autre part (p. 142) l'appel de l'Association mathématique de Norvège en faveur de la publication des œuvres de Sophus Lie, comprenant sept volumes. Le tome III contient une partie des mémoires sur les équations différentielles, a paru en 1922. Le tome V, qui vient de paraître, est le premier des deux volumes qui seront consacrés aux groupes de transformations. Il comprend vingt-quatre mémoires annotés avec beaucoup de soin par M. Engel.

On sait l'influence considérable qu'ont exercé les travaux de Lie sur les recherches dans la théorie des équations différentielles et dans la théorie