G. Juvet. — Sur une équation aux dérivées fonctionnelles partielles et sur une généralisation du théorème de Jacobi. Thèse présentée à la Faculté des Sciences de Paris. — Un fascicule gr. in-4° de IV-56 pages. Prix: 22 francs. Albert Blanchard, Paris, 1...

Autor(en): **Buhl, A.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **25 (1926)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **13.07.2024**

terminées conjuguées. Le groupe modulaire y joue naturellement un rôle considérable et mène encore à de très simples formules trigonométriques pour la théorie des équations de Pell dans le domaine complexe. Une simple équation du second degré donne les composantes géométriques d'un déplacement de l'espace cayleyen en fonction des coefficients de la substitution modulaire correspondante; et cette formule, d'origine géométrique, se trouve être riche de conséquences arithmétiques.

Certaines configurations polyédriques sur les arêtes desquelles on cherche à énumérer des formes, ne se prêtent pas à cette recherche pour une arête quelconque ni même pour un cycle d'arêtes, mais il y a des *familles de cycles* d'arêtes pour lesquels la question se résout. Et une symétrie et une possibilité arithmétiques apparaissent là où l'espace cayleyen permet de discerner une famille de cycles.

La thèse se termine par des monographies, des images de configuration, des tableaux numériques généralement clairs comme de courtes formules.

Georges Humbert eût été heureux d'assister à une telle moisson d'idées et nous avons une raison de plus de déplorer sa disparition si brusque et si prématurée.

A. Buhl (Toulouse).

G. Juvet. — **Sur une équation aux dérivées fonctionnelles partielles et sur une généralisation du théorème de Jacobi.** Thèse présentée à la Faculté des Sciences de Paris. — Un fascicule gr. in-4° de IV-56 pages. Prix: 22 francs. Albert Blanchard, Paris, 1926.

M. G. Juvet est bien connu, dans le monde de la Physique mathématique, pour ses livres d'initiation concernant les théories relativistes et quantistes, le dernier en date de ces ouvrages venant d'ailleurs d'être analysé ici même (ce tome, p. 144).

Voici une Thèse, qui fait de l'auteur un fort jeune docteur, laquelle est naturellement tenue d'être plus originale que les publications précédentes mais qui, au fond, s'inspire des mêmes sujets en leur apportant les plus intéressants compléments et en les liant au Calcul fonctionnel lequel, jusqu'ici, n'a pas énormément voisiné avec l'analyse einsteinienne. M. Juvet nous confie d'ailleurs, dans son Introduction, qu'il a entrepris ses recherches à propos des intégrales d'action de la Relativité et avec le dessein d'en tirer une méthode d'intégration des équations d'Einstein et des équations de Maxwell généralisées.

On sait que le théorème de Jacobi, sur l'intégration des équations canoniques, est dans un rapport immédiat avec le Calcul des variations relatif aux intégrales simples. On peut se proposer de rechercher une correspondance analogue dans le cas des intégrales multiples mais il s'agit alors d'une de ces généralisations qui n'ont pas toujours un caractère intuitif et immédiat; l'équation aux dérivées partielles de Jacobi-Hamilton doit être remplacée par une équation aux dérivées *fonctionnelles* partielles. A celle-ci s'associent des équations lagrangiennes ou hamiltoniennes qu'on peut précisément qualifier ainsi parce que leur construction ne dépend que de la connaissance d'une seule fonction. Ces équations sont moins symétriques que leur prototype élémentaire mais l'auteur n'en a eu que plus de mérite à les former explicitement. D'ailleurs il y a ici une complexité spéciale qui tient au nombre de dimensions de l'hyperespace et au fait qu'il n'est pas généralement possible de construire, en celui-ci, des systèmes multiplement orthogonaux à l'image des systèmes triples de l'espace ordinaire.

Les intégrales multiples en litige étant des fonctionnelles devant satisfaire à une équation aux dérivées fonctionnelles, nous devons rechercher les conditions d'intégrabilité pour de telles équations, ce qui donne lieu à un laborieux chapitre mais repose au fond sur une idée simple, celle de l'interversion de deux variations δ et δ_1. Les conditions d'intégrabilité les plus élémentaires, en Analyse ordinaire, reposent sur de telles interversions et il est fort remarquable que la méthode s'étende au domaine fonctionnel.

Toujours pour la même équation aux dérivées fonctionnelles, on peut encore arriver à des extensions des notions de caractéristiques et d'intégrale complète; le langage de Cauchy se laisse alors transporter sans modifications essentielles. Et quand M. Juvet veut conclure par son extension définitive du théorème de Jacobi, il peut avoir la coquetterie de rappeler les 19^{me} et 20^{me} leçons des *Vorlesungen über Dynamik* qu'il a respectées sinon absolument à la lettre du moins quant aux grandes lignes. Il y a aussi des extensions possibles de la méthode de Lagrange et Charpit, du théorème de Stäckel, etc.

Il n'est pas étonnant que cette Thèse d'un savant suisse ait été dédiée à M. Vessiot et qu'elle ait été soutenue à Paris sous la présidence de M. Cartan. Si elle n'oublie ni Volterra, ni Prange elle est cependant plus encore un hommage à des travaux français ou d'esprit français, tels ceux de MM. Th. De Donder, M. Fréchet et P. Lévy.

A. Buhl (Toulouse).

H. Eyraud. — **Les équations de la Dynamique de l'Ether** avec une **Note sur la Technique du repérage de l'Espace et du Temps dans ses rapports avec la Relativité.** Un fascicule gr. in-8° de 68 pages. Prix: 12 francs. Albert Blanchard, Paris, 1926.

Disons tout de suite que cette œuvre aborde l'une des questions les plus curieuses qui se puissent rattacher aux espaces relativistiques. En analysant (ce tome, p. 140) le récent ouvrage einsteinien de MM. Appell et Thiry nous insistions sur la discussion de la notion de *torsion*, introduite dans les espaces généraux par M. Elie Cartan, et, mot à mot, nous écrivions: « Reste à savoir si l'avenir nous révélera des phénomènes physiques interprétables dans des espaces tordus ? » Eh bien, la réponse n'a pas tardé et M. Eyraud l'apporte ici en essayant tout au moins, grâce à la nouvelle notion, de perfectionner l'électromagnétisme maxwellien.

La torsion s'introduit d'ailleurs de la manière la plus naturelle dans la géométrie des espaces affines; elle a d'abord été évitée par une hypothèse de symétrie analytique qui n'a aucune raison essentielle d'existence. On peut en tenir compte en laissant aux formules toute leur élégance. M. Eyraud étudie notamment le cas où un espace tordu peut correspondre isométriquement à un espace sans torsion.

Les formules stokiennes générales, ou formules de Stokes-Poincaré, conduisent immédiatement à la conception en litige, plus simple que celle de courbure, devant précéder cette dernière et s'attacher plus particulièrement aux phénomènes électromagnétiques, la courbure continuant à s'attacher aux phénomènes gravitationnels. Et ceci est encore tout naturellement d'accord avec l'ordre de développement adopté par M. Cartan