

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Band: 25 (1926)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: E. Cartan . — La Géométrie des Espaces de Riemann (Mémorial des Sciences mathématiques: l'asc. IX). Un fascicule gr in-8° de 60 pages. Prix: 12 francs. Gauthier-Villars et Cie. Paris. 1925.

Autor: Buhl, A.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 16.10.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Lorentz est mise exactement à sa place ; elle est attachée à l'espace de Minkowski. Cet espace est l'espace lumineux par excellence ; étalons et horloges y sont déterminés par des jeux de lumière. La géométrie et la cinématique y ont le caractère rigoureux et inébranlable des constructions mathématiques ; il reste simplement à savoir quelles sont celles de nos expériences physiques qu'on peut considérer comme minkowskiennes.

Or, Einstein suppose précisément qu'il existe d'autres champs, dans lesquels le lumineux réseau minkowskien demande des adjonctions d'un caractère plus *matériel* et ne constitue plus qu'une *carte* qui est d'ailleurs fort commode pour la construction du ds^2 *physique*. C'est alors qu'interviennent les considérations sur la courbure de l'espace représentées ici par le théorème du déplacement parallèle généralisé, de la translation géodésique. M. De Donder arrive tout naturellement à ces notions en comparant, avec la carte, les premiers termes tayloriens de l'approximation einsteinienne.

Il termine par une Cinématique dissociable dans l'espace et le temps ordinaires ; ses vitesses s'associent au déplacement parallèle et permettent de définir les accélérations conduisant à une extension du théorème de Coriolis. Ainsi les généralités actuelles se différencient aussi peu que possible de la trame encore classique ; pour empêcher des confusions comme il y en a tant eu dans ces régions si délicates, le savant auteur distingue le spectateur physicien du spectateur mathématicien. Espérons que ceux-ci s'uniront quand ils sauront reconnaître exactement quels liens doivent les unir.

A. BUHL (Toulouse).

E. CARTAN. — **La Géométrie des Espaces de Riemann** (Mémorial des Sciences mathématiques ; fasc. IX). Un fascicule gr. in-8° de 60 pages. Prix : 12 francs. Gauthier-Villars et Cie. Paris. 1925.

Les théories des ds^2 riemanniens, jugées difficiles jusqu'en ces dernières années, tendent maintenant vers une simplicité sans égale. Il fallait surtout bien préciser l'instrument analytique qui était approprié à une telle étude. Dans le bel arsenal des travaux de M. Cartan, ce sont les formes de Pfaff qui jouent le rôle fondamental ; ce sont elles qui permettent de bâtir, avec la plus grande aisance, le calcul différentiel absolu et il semble fort probable qu'on ne trouvera jamais mieux dans cet ordre d'idées. Rien de plus simple que d'exprimer que l'espace est ou non euclidien, de construire les symboles de Christoffel et de Riemann, d'aborder la théorie du parallélisme généralisé selon Levi-Civita, Weyl ou Eddington. Si l'on s'en tient strictement à l'espace riemannien, le parallélisme est d'abord celui de Levi-Civita. C'est le parallélisme ordinaire sur un plan, conservable quand le plan est roulé en développable et transportable, de A en B, sur une surface quelconque S quand, le long du chemin AB, on circonscrit à S une développable. Alors différents chemins allant, sur S, de A en B, donnent, en B, des vecteurs différents quoique tous issus, par parallélisme, d'un même vecteur associé d'abord à A. Ainsi se trahit la *courbure* de la surface ou plus généralement de la variété. Cette courbure, une fois conçue, peut être définie de bien des manières, toutes fort géométriques et susceptibles de généralisations. D'abord bivectorielle, elle est devenue p -vectorielle et il ne faudrait pas croire qu'il y ait là des abstractions éloignant l'idée de courbure des sens tangibles des théories d'Euler et de Gauss. M. Cartan nous montre soigneusement comment ces diverses idées se relient.

Les espaces de Riemann ont toujours une première représentation très intuitive en la surface S qui a deux dimensions dans l'espace à trois ; ils sont formés de fragments infiniment petits de nature euclidienne, de même que S est formée, si l'on veut, de facettes planes infiniment petites. Bien que cela ne soit pas nécessaire, on peut les étudier en les considérant comme plongés dans des hyperespaces euclidiens.

Que de belles choses, que de merveilleuse harmonie, laissant loin le point de vue euclidien ordinaire. Pour ceux qui croient à la Science esthétique, ceci n'est-il pas suffisant pour donner droit de cité aux Théories d'Einstein ?

A. BUHL (Toulouse).

P. HUMBERT. — **Fonctions de Lamé et Fonctions de Mathieu** (Mémorial des Sciences mathématiques ; fasc. X). Un fasc. gr. in-8° de 58 pages. Prix : 12 francs. Gauthier-Villars et Cie. Paris. 1926.

Peu de points restent, à l'heure actuelle, obscurs dans la théorie des équations différentielles, du type fuchsien, admettant trois singularités. On ne saurait en dire autant des équations du même type en admettant quatre ; ces dernières peuvent se réduire à une forme due à Karl Heun, forme dans laquelle on peut distinguer l'équation de Lamé, comme cas particulier, et l'équation de Mathieu, comme cas de confluence. Ces équations ont un grand rôle dans les applications physiques et, d'ailleurs, Klein et Bôcher ont fait cette curieuse remarque que toutes les fonctions jouant un rôle en Physique mathématique satisfont à une équation obtenue par confluence à partir du type à cinq singularités : équations de Lamé, de Mathieu, de Riemann-Gauss, de Weber, de Bessel, de Stokes. Le présent fascicule n'est donc pas une étude, plus ou moins fortuite, de fonctions particulières ; c'est l'Introduction naturelle à l'étude de piliers fondamentaux de la Science.

Les fonctions de Lamé naissent très simplement lorsque, l'équation de Laplace, à trois variables, étant écrite en coordonnées elliptiques ϱ, μ, ν , on en cherche une solution de la forme $R(\varrho) M(\mu) N(\nu)$. C'est, toutes réductions faites, une équation différentielle linéaire, du second ordre, sans second membre, à coefficient elliptique ; dès que l'on en possède une solution particulière, par fonctions de Lamé *de première espèce*, on peut, par les procédés élémentaires bien connus, en trouver une autre par fonctions de Lamé dites alors *de seconde espèce*. D'où l'intégrale générale. Les dégénérescences vers des fonctions plus simples sont nombreuses ; les applications et les généralisations ne le sont pas moins. Les figures d'équilibre d'un fluide en rotation, les tourbillons, la déformation des surfaces et tant d'autres questions de mécanique ou de géométrie conduisent inéluctablement aux fonctions de Lamé.

L'équation de Mathieu naît aussi d'un problème physique (vibrations d'une membrane elliptique). Constituée comme l'équation de Lamé, son unique coefficient n'est que trigonométrique. Cependant, l'élévation de la théorie n'est pas moindre. On intègre encore par fonctions de Mathieu de deux espèces différentes. Par applications à la Physique indéniablement moderne, la seconde équation est plus proche de nous que la première ; c'est ainsi qu'elle intervient dans l'étude des oscillations hertziennes à la surface d'un sphéroïde. Mieux peut-être que l'équation de Lamé, elle se rattache aux équations intégrales. De tous côtés, dans de tels exposés, appa-