Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Band: 25 (1926)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: R. Gosse. — La Méthode de Darboux et les équations s = f(x, y, z, p, q). (Mémorial des Sciences mathématiques ; fasc. XII). Un fascicule gr. in-8° de 54 pages. Prix : 12 francs. Gauthier-Villars et Cie. Paris. 1926.

Autor: Buhl, A.

moins aussi enthousiastes de toute cette grande œuvre que les professeurs et les étudiants de l'Institut mathématique de Cracovie.

A. BUHL (Toulouse.)

R. GOSSE. — **La Méthode de Darboux et les équations** $s = f(x, y, z, p, q)$. (Mémorial des Sciences mathématiques ; fasc. XII). Un fascicule gr. in-8° de 54 pages. Prix : 12 francs. Gauthier-Villars et Cie. Paris. 1926.

L'étude entreprise d'abord est celle de l'équation du second ordre, en x, y, z, p, q, r, s, t, avec la notion générale de caractéristique. On peut se proposer de procéder, comme pour les équations de premier ordre, par adjonction d'une autre équation E à celle que l'on désire intégrer. Mais alors que la méthode, pour le premier ordre, dépend d'une fonction arbitraire, elle ne donne généralement, au second ordre, qu'un système s'intégrant avec des constantes. N'est-il pas possible de procéder de telle sorte que ces constantes soient en nombre infini ?

Cette première et importante question est résolue par l'affirmative quand E est en *involution* avec la proposée. Il en est ainsi, et l'involution est d'ordre n, quand les dérivées d'ordre $n + 1$, formées pour le développement taylorien de l'intégrale commune, sont données par des équations dont l'une rentre dans les autres. L'involution peut n'avoir lieu qu'en tenant compte de E, ou $\varphi = 0$; elle peut avoir lieu, plus généralement, avec $\varphi = c$. Il y a alors *invariant* d'ordre n. C'est un des points les plus attachants de l'exposé de M. Gosse que de développer tous les liens qui unissent les caractéristiques et les invariants. La théorie est puissante et se révèle plus générale que ne pourraient le faire supposer ses prémisses. Ainsi, pour deux équations en involution, il pourrait déjà sembler joli que l'infinité de constantes disponibles permette de faire passer une intégrale commune par une courbe arbitraire ; or, on trouve mieux, cette intégrale commune dépendant encore d'un nombre fini de constantes.

Les équations intégrables par la méthode de Darboux sont des équations à invariants distincts, ceux-ci dépendant de trois involutions d'ordre différent et supérieur à 3. De telles équations sont alors recherchées par l'auteur dans le type $s = f$. Malgré la forme relativement réduite de cette équation, la transcendance est encore redoutable ; on retrouve surtout ici, comme types maniables, les types envisagés par Laplace, Lie, Moutard, Darboux, Goursat, Clairin, Gau... C'est, en tout cas, une belle liste de cas d'intégrabilité ou de réduction à des formes canoniques remarquables. Restent les équations $s = f$ à intégrale intermédiaire ; il y a, là encore, des formes de f à discriminer avec habileté.

Intéressant fascicule revenant naturellement sur nombre de notions acquises à la Science mais avec une originalité brève, où l'auteur apporte la lumière de travaux récents, personnels et étendus.

A. BUHL (Toulouse).

A. VÉRONNET. — **Figures d'équilibre et Cosmogonie** (Mémorial des Sciences mathématiques ; fasc. XIII). Un fascicule gr. in-8° de 62 pages. Prix : 12 francs. Gauthier-Villars et Cie. Paris. 1926.

Ce fascicule semble écrit avec une facilité extrême dans un domaine où abondent les analyses touffues, comme celles de Tisserand, à côté des