MÉLANGES ET CORRESPONDANCE

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **26 (1927)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **12.07.2024**

triangle des pieds des hauteurs et le point milieu P de la diagonale C′ Q, le centre du cercle inscrit dans le triangle ayant pour sommets les points milieu des côtés du triangle donné.

D'après ce qui précède, nous sommes à même de fixer, sur la petite base C′ O et la diagonale HO du trapèze, les positions de 3 nouveaux points qui sont:

1. Le centre O′ du cercle passant par les points milieu des segments supérieurs des bissectrices: il est situé au milieu de la distance des centres des cercles inscrit et circonscrit (voir 8, 11me propriété), donc au milieu de la petite base C′ O du trapèze;

2. Le centre M′ du cercle passant par les points milieu des segments inférieurs des hauteurs: il se trouve au milieu de HM, donc au quart de la diagonale HO à partir de l'orthocentre H;

3. Le centre de gravité G′ du triangle ayant pour sommets les points milieu des segments supérieurs des hauteurs: il est au milieu du segment HG de la diagonale HO.

En résumé (fig. 22):

$$HQ = 2 . C'O \; ; \quad HM = MO \; ; \quad C'P = PQ \; ;$$
$$C'O' = O'O \; ; \quad HM' = M'M \; ; \quad HG' = G'G = GO \; .$$

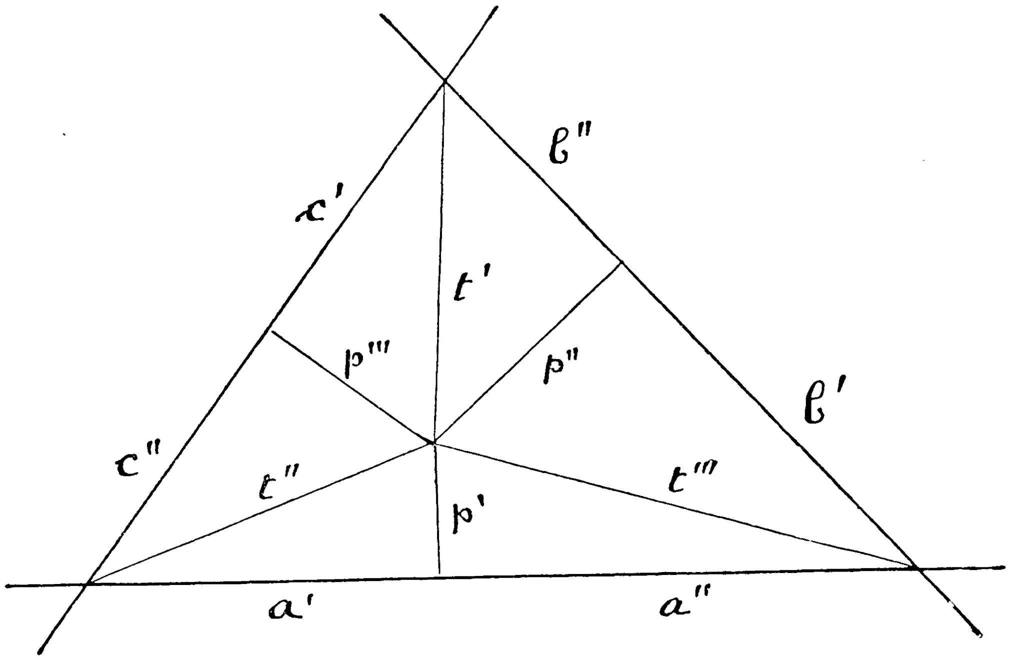
MÉLANGES ET CORRESPONDANCE

A propos d'un article sur les hauteurs d'un triangle.

J'ai lu avec beaucoup d'intérêt le travail sur les hauteurs d'un triangle publié par M. Streit dans l'*Enseign. Math.* (Tome XXV, p. 22-45, 1926). Permettez-moi de faire remarquer que le résultat exposé au § 4 (p. 31-32) n'est qu'un cas particulier d'une propriété plus générale. En effet, en remplaçant les hauteurs par les perpendiculaires abaissées d'un point quelconque du plan du triangle sur les côtés, on trouve encore que les sommes des carrés construits sur trois segments non consécutifs sont égales.

D'après la figure on a:

$$a'^2 = t''^2 - p'^2 , \qquad a''^2 = t'''^2 - p'^2 ,$$
$$b'^2 = t'''^2 - p''^2 , \qquad b''^2 = t'^2 - p''^2 ,$$
$$c'^2 = t'^2 - p'''^2 , \qquad c''^2 = t''^2 - p'''^2 .$$



Par addition on trouve:

$$a'^2 + b'^2 + c'^2 = a''^2 + b''^2 + c''^2 ,$$

cette relation étant la condition sous laquelle trois perpendiculaires élevées sur les côtés d'un triangle concourent en un même point, relation qui d'ailleurs a déjà été publiée par Jacob STEINER dans les *Annales de Mathématiques* de Gergonne (Tome XIX, p. 37, 1828-1829).

Berlin-Steglitz, 14 avril 1927.

Gustav FRANKE.