

A. Bloch. — Les fonctions holomorphes et méromorphes dans le cercle unité (Mémorial des Sciences mathématiques dirigé par Henri Villat; fasc. XX). — 1 fascicule gr. in-8° de 62 pages. Prix: 16 fr. 80 net. Gauthier-Villars et Cie. Paris, 1926.

Autor(en): **Buhl, A.**

Objektyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **26 (1927)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **13.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

rentiel absolu, signalons avec empressement l'œuvre réduite mais éminemment esthétique de M. R. Lagrange.

Ce jeune et brillant auteur se place surtout au point de vue analytique; la géométrie des variétés de Riemann s'insère ensuite dans un cadre qui peut jouer d'autres rôles générateurs. Il faut surtout signaler, dans cet ordre d'idées, le Calcul pfaffien absolu. On sait, en effet, que les différentielles dx_i , au sens archaïque de l'expression, ont une foule de propriétés couramment employées, par exemple dans les transformations d'intégrales multiples, en lesquelles n'intervient pas leur caractère de différentielle exacte; on peut alors les remplacer par des formes de Pfaff quelconques. Une discrimination attentive, sur un tel point, constitue un grand progrès pour la Science, progrès dont l'école française peut être particulièrement fière car il est surtout dû aux travaux de M. Edouard Goursat et de M. Elie Cartan. Ce dernier géomètre, en reprenant la notion de *courbure* et en créant celle de *torsion*, avec l'aide des formes de Pfaff, a projeté une vive lumière et mis en évidence une simplicité inattendue dans des théories géométriques qui dépassent de beaucoup l'étendue physique des théories einsteiniennes. L'univers *affine* est, si l'on veut, celui des différentielles classiques; l'univers à *connexion affine* est le monde pfaffien, le nouveau monde, dont certains ont parlé d'ailleurs avec un mépris ressemblant fort à celui montré jadis par les détracteurs de Christophe Colomb. Que reste-t-il, à l'heure actuelle, dans le monde véritablement savant, de cette disposition d'esprit rétrograde? Aujourd'hui M. Lagrange écrit en toute simplicité: « Grâce à l'emploi du « calcul, l'étude de tout phénomène variable est assimilable à l'étude d'une « variété géométrique et c'est au langage géométrique que l'on emprunte « la nomenclature et les représentations dont on a besoin ». Tout phénomène variable! On ne saurait mieux dire et une telle affirmation constitue maintenant de la science faite et bien faite. Les lecteurs de M. Lagrange s'en apercevront avec la plus grande facilité.

A. BUHL (Toulouse).

A. BLOCH. — **Les fonctions holomorphes et méromorphes dans le cercle-unité** (Mémorial des Sciences mathématiques dirigé par Henri Villat; fasc. XX). — 1 fascicule gr. in-8° de 62 pages. Prix: 16 fr. 80 net. Gauthier-Villars et C^{ie}. Paris, 1926.

Ce beau fascicule condense les étonnants résultats donnés par la Théorie des fonctions depuis, en somme, un petit nombre d'années. Le théorème initial que donnait M. Emile Picard, aux environs de 1880, devait rester longtemps isolé, dans une méconnaissance presque complète de sa véritable signification; on était trompé par la distinction entre la fonction *transcendante* entière et la fonction entière des générations précédentes qui n'était jamais qu'un polynôme. Certes, dans le voisinage d'un point essentiel, que le polynôme ne possède pas, les différences sont grandes et nombreuses mais on avait tort de conclure de là à des modes de variation très différents dans les autres régions. L'idée qu'une riche moisson de théorèmes pouvait être obtenue en ne considérant dans une série entière que les n premiers termes, n étant fini, semblait un non sens. Le cercle-unité n'est pas, en général, un cercle de convergence, ni même de méromorphie; c'est surtout une région *finie* dans laquelle la fonction est comparée à un polynôme ou à une fraction rationnelle. M. Bloch se révèle tout à fait supérieur dans ces

comparaisons; il tient à justifier l'adage célèbre: *Nihil est in infinito quod non prius fuerit in finito* dont il a d'ailleurs fait part déjà aux lecteurs de *L'Enseignement Mathématique* (T. XXV, 1926, p. 84). Il lui semble naturel d'aller aux propriétés de la série entière par celles de n termes, quand n croît indéfiniment. Outre qu'il défend cette idée avec un talent très personnel et très grand, il a aussi celui d'agglomérer à son idée directrice un nombre considérable de travaux que l'on pourrait croire fort disparates. Il pénètre profondément dans la théorie des fonctions à valeurs lacunaires, révèle la nature intime du théorème de Picard-Landau; c'est presque stupéfiant: le point de vue *algébrique* doit demeurer fondamental pour toutes les extensions même celles à venir pour lesquelles l'auteur fait des prophéties aussi ingénieuses que vraisemblables. Les plus fameux auteurs cités et analysés sont Bieberbach, Borel, Boutroux, Carathéodory, Hadamard, Jensen, Julia, Landau, Lindelöf, Montel, Nevanlinna (F. et R.), Ostrowski, Picard, Riesz, Valiron, Wiman. Tous prennent élégamment place dans un exposé lumineux et homogène.

A. BUHL (Toulouse).

M. JANET. — **Les systèmes d'équations aux dérivées partielles** (Mémorial des Sciences mathématiques dirigé par Henri Villat; fasc. XXI). — 1 fascicule gr. in-8° de 56 pages. Prix: 16 fr. 80 net. Gauthier-Villars et C^{ie}, Paris, 1927.

Le premier mérite de ce fascicule est sans doute d'effectuer un utile rapprochement. La théorie des équations aux dérivées partielles a rencontré en France des adeptes d'une valeur de premier ordre tels que MM. Goursat et Cartan. Un autre groupe peut être formé des noms de Méray, de M. Riquier et de Delassus. Or le second groupe a toujours passé pour éloigné du premier et même des théories classiques; on lui attribuait une originalité trop grande et surtout trop spéciale. Ceci tenait à un certain dédain manifesté, surtout par Méray, pour la forme des résultats déjà acquis et par l'emploi réciproque d'une terminologie qui, pour être correcte, n'en semblait pas moins bizarre. M. Maurice Janet, déjà dans sa Thèse, a tenté, non sans succès, une intéressante fusion; il la précise à nouveau et nous présente maintenant une théorie des systèmes aux dérivées partielles qui est vraiment d'une fort belle harmonie. Il étudie d'abord les questions de compatibilité ou d'intégrabilité puis, la chose étant supposée acquise, la détermination d'une solution par des données appropriées. C'est partir des théorèmes généraux de Cauchy et de Madame de Kowalevsky. Les solutions *régulières* sont celles qui se présentent naturellement sous forme de séries de Taylor mais elle ne sont d'abord valables, en général, que dans certaines régions et demandent un *prolongement*.

Il fallait autrefois un courage tout spécial pour débrouiller les théorèmes d'existence; maintenant ils sont devenus symétriques et contiennent d'élégantes identités (p. 9). Les dérivées d'ordre quelconque sont caractérisées par leur seul dénominateur $dx^{\alpha} dy^{\beta} \dots$, qu'on peut réduire symboliquement au monome $x^{\alpha} y^{\beta} \dots$, et ceci donne lieu à un calcul également symbolique qui simplifie considérablement les choses, notamment en ce qui concerne la notion d'involution.

Les résultats généraux à la Cauchy ne vont point sans la théorie des *caractéristiques* qui correspondent précisément à des circonstances exceptionnelles d'indétermination et, comme il arrive toujours en mathématiques,