

### **3. — Espérances mathématiques des autres cartes et des joueurs dans la seconde période.**

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **27 (1928)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **10.08.2024**

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

#### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

La carte Auberge peut donc espérer recevoir des joueurs actifs

$$t_\mu = s_\mu + q_\mu \tag{5}$$

dans le cas qu'elle trouve  $\mu$  dans la caisse au moment d'être ouverte. Mais ce n'est pas tout. De la règle 16 il suit que le joueur qui tient l'Auberge ne doit rien payer à cette carte (comme les autres le doivent) mais que le Cheval fait ce service pour lui. Il faut donc ajouter à  $t_\mu$ ,  $\frac{s_\mu}{n}$  et un autre terme que nous calculerons bientôt.

3. — *Espérances mathématiques des autres cartes et des joueurs dans la seconde période.*

Examinons maintenant la source de ces gains de l'Auberge compris dans  $t_\mu$ . Comme dans les cas examinés par M. Jéquier, nous trouvons que les cartes Cloche, Marteau, et Cloche-Marteau paieront respectivement  $\frac{5}{36}t_\mu$ ,  $\frac{5}{36}t_\mu$ ,  $\frac{1}{36}t_\mu$ ; car dans  $\frac{5}{36}$  des coups on amènera Cloche sans Marteau (ou Marteau sans Cloche) et dans  $\frac{1}{36}$  des coups Cloche et Marteau ensemble.

Enfin, il faut partager les  $\frac{25}{36}t_\mu$  qui restent entre le Cheval et les joueurs actifs. Ce sont toujours ces derniers qui paient le coup qui ouvre l'Auberge; en effet, ce coup ne peut pas amener 0.  $\frac{25}{36}s_\mu$  est payé par les joueurs actifs. Soit  $\frac{25}{36}(t_\mu - s_\mu) = \frac{25}{36}q_\mu = y_\mu + z_\mu$ , où  $y_\mu$  est la somme que l'Auberge espère recevoir des joueurs actifs,  $z_\mu$  celle qu'il espère recevoir du Cheval.

Le calcul de  $z_\mu$  est fort semblable à celui de  $q_\mu$ . Avec 1 dans la caisse, nous trouvons

$$z_1 = \frac{v_0}{v_0 + \sum_{\varrho=2}^{21} (\varrho - 1)v_\varrho} \cdot \frac{25}{36}q_1 = \frac{25}{36} \frac{v_0}{v_1} \tag{6}$$

En général, avec  $\mu$  dans la caisse, la partie de  $\frac{25}{36}q_\mu$  que le Cheval doit attendre à payer sera

$$z_\mu = \frac{\frac{25}{36}v_0 + \sum_{\rho=1}^{\mu-1} v_\rho z_{\mu-\rho}}{\sum_{\rho=1}^{\mu} v_\rho}. \quad (7)$$

En effet, l'espérance mathématique de cette perte avant la première réduction de la caisse est

$$\frac{\frac{25}{36}v_0}{v_0 + \sum_{\rho=\mu+1}^{21} (\rho - \mu)v_\rho} q'_\mu = \frac{\frac{25}{36}v_0}{\sum_{\rho=1}^{\mu} v_\rho}.$$

En

$$\frac{v_\rho}{\sum_{\sigma=1}^{\mu} v_\sigma}$$

des cas, cette réduction prendra  $\rho$  de la caisse et y laissera  $\mu - \rho$ . La formule pour  $z_\mu$  est dès lors évidente.

De la valeur de  $z_\mu$  on trouve tout de suite celle de  $y_\mu$ .

La 16<sup>me</sup> règle montre que le joueur actif, auquel appartient l'Auberge, reçoit du Cheval chaque somme qu'il paie à la propre carte; ce qui donne à cette carte une valeur de plus de  $\frac{s_\mu + y_\mu}{n}$ .

Sa valeur totale est donc

$$\Gamma_{Au, \mu} = t_\mu + \frac{y_\mu + s_\mu}{n}. \quad (8)$$

Les  $\mu$  jetons qui restent dans la caisse quand l'Auberge s'ouvre sont encore à distribuer. Il est évident que la Cloche en reçoit (au cas moyen)  $\frac{5}{36}\mu$ , le Marteau la même quantité, Cloche-Marteau  $\frac{1}{36}\mu$ , et les joueurs actifs  $\frac{25}{36}\mu$ .

En résumant, pour le cas que  $\mu$  jetons restent dans la caisse à l'ouverture de l'Auberge, les espérances mathématiques des

joueurs sans cartes, et des cartes, sont les suivantes. Pour un joueur seul

$$\begin{aligned} \Gamma_{S, \mu} &= \frac{0,56155 (C - \mu) + \frac{25}{36} \mu - \frac{25}{36} s_{\mu} - y_{\mu}}{n} \\ &= \frac{0,56155 C + 0,13289 \mu - 0,69444 s_{\mu} - y_{\mu}}{n} . \end{aligned} \quad (9)$$

Pour la Cloche ou le Marteau

$$\begin{aligned} \Gamma_{Cl, \mu} = \Gamma_{M, \mu} &= 0,12560 (C - \mu) + \frac{5}{36} \mu - \frac{5}{36} s_{\mu} - \frac{5}{36} q_{\mu} \\ &= 0,12560 C + 0,01329 \mu - 0,13889 t_{\mu} . \end{aligned} \quad (10)$$

Pour la Cloche-et-Marteau

$$\Gamma_{CM, \mu} = 0,02512 C + 0,00266 \mu - 0,02778 t_{\mu} . \quad (11)$$

Pour le Cheval

$$\Gamma_{Ch, \mu} = 0,16213 (C - \mu) - \frac{s_{\mu}}{n} - \frac{y_{\mu}}{n} - z_{\mu} . \quad (12)$$

Pour l'Auberge

$$\Gamma_{Au, \mu} = t_{\mu} + \frac{S_{\mu}}{n} + \frac{y_{\mu}}{n} . \quad (13)$$

4. — *Probabilité d'ouvrir l'Auberge avec  $\mu$  dans la Caisse.*

Il y a  $\nu_{\sigma}$  possibilités d'amener  $\sigma$  par un seul coup. Combien de possibilités y a-t-il que le premier coup qui cause que le total jusque là amené soit au moins  $C$ , compte  $\sigma$  ? Vu que le coup même peut arriver quand la caisse possède 1, 2, . . . ,  $\sigma$ , le nombre de ces possibilités devra être  $\sigma \nu_{\sigma}$ .

La probabilité, donc, que ce soit un versement de  $\sigma$  qui ouvre l'Auberge (et éventuellement fait que la caisse saute) est

$$\lambda_{\sigma} = \frac{\sigma \nu_{\sigma}}{\sum_{\varrho=1}^{\sigma} \rho \nu_{\varrho}} . \quad (14)$$

Il est également probable que ce versement de  $\sigma$  laisse 0, 1, 2, . . . , ou  $\sigma - 1$  dans la caisse. Autrement dit, la probabilité