

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Band:** 27 (1928)  
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** DÉMONSTRATION NOUVELLE DE LA FORMULE  
TRIGONOMÉTRIQUE RELATIVE A L'ADDITION DES ARCS

**Autor:** Pelosi, Dr ès sc. Louise  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-21875>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 16.10.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

DÉMONSTRATION NOUVELLE  
DE LA FORMULE TRIGONOMETRIQUE RELATIVE  
A L'ADDITION DES ARCS

PAR

Louise PELOSI, Dr ès sc. (Turin).

---

On connaît plusieurs démonstrations de la formule fondamentale.

$$\sin (a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a ; \quad (1)$$

ces démonstrations sont fondées sur l'emploi de triangles semblables, ou sur le théorème de Ptolémée relatif au quadrilatère inscrit, ou sur le théorème des projections, ou sur des considérations analogues (voir, par exemple, les *Exercices de Trigonométrie*, par F. G. M., page 8, Paris, a. 1915).

On doit aussi à M. BURALI-FORTI une démonstration très simple de la formule (1), à l'aide de la théorie des vecteurs (voir: Burali-Forti e Marcolongo: *Corso di Matematica*, vol. II, *Geometria*, page 56, Napoli, a. 1923).

Dans cette Note je vais donner une démonstration nouvelle et tout à fait élémentaire de la formule (1) par des considérations très simples sur l'équivalence des triangles.

Désignons par  $a$  et  $b$  deux angles aigus, que nous représentons sur le cercle trigonométrique par les arcs AB et BC; menons AP et CQ perpendiculaires au rayon OB, et CN perpendiculaire au diamètre AA'. Nous aurons:

$$AP = \sin a , \quad OP = \cos a ,$$

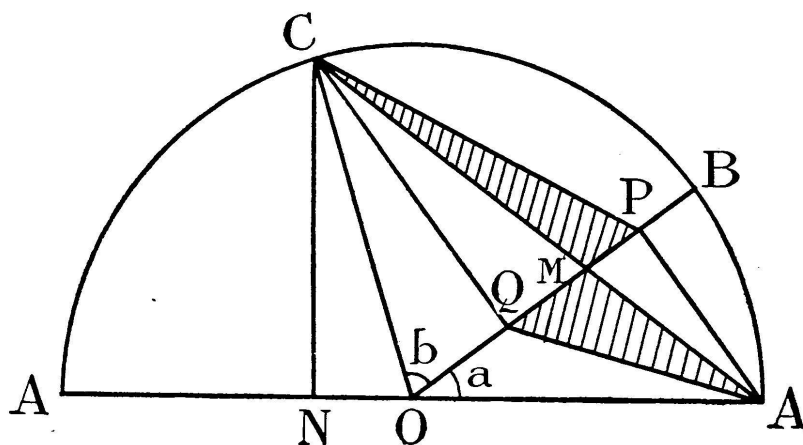
$$QC = \sin b , \quad OQ = \cos b ,$$

$$NC = \sin (a + b) .$$

Joignons A aux points Q et C, et remarquons que, le rayon OA étant égal à l'unité, la valeur de NC est égale au double de l'aire du triangle AOC, de sorte que nous pouvons écrire :

$$\sin(a + b) = NC = 2 \cdot AOC = 2 \cdot AOM + 2 \cdot MOC . \quad (2)$$

D'autre part les triangles AQC, PQC sont équivalents car ils ont la même base QC et ont les sommets A et P sur une parallèle à la base; si l'on soustrait de chacun de ces deux triangles, le



triangle MQC on conclut que les triangles AQM et PMC sont équivalents, par conséquent le triangle AOC est équivalent à la somme des triangles AOQ et PQC; de là, on déduit :

$$\begin{aligned} 2 \cdot AOC &= 2 \cdot AOQ + 2 \cdot POC = OQ \cdot AP + OP \cdot QC \\ &= \cos b \cdot \sin a + \cos a \cdot \sin b . \end{aligned}$$

En portant dans la relation (2) on obtient la formule (1).

Par des considérations analogues à celles que nous venons de développer on trouverait que la formule (1) subsiste pour des valeurs quelconques de  $a$  et de  $b$ .

*Remarque.* — Si  $a = b$ , les points Q, M, P coïncident et l'aire du triangle AOC devient égale à  $\sin a \cos a$ ; on en conclut immédiatement la formule :

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a .$$