**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique

**Band:** 27 (1928)

**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Buchbesprechung:** Emile Cotton. — Approximations successives et équations différentielles (Mémorial des Sciences mathématiques dirigé par Henri Villat ; fasc. XXVIII). — Un fascicule gr. in-8° de 48 pages. Prix: 15 francs. Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1928.

**Autor:** Buhl, A.

l'on passera aux cas continus par d'habiles passages à la limite. Déjà, dans le cas discontinu, on aperçoit l'un des principes fondamentaux de Monge, celui qui rend les routes normales à une surface. C'est l'ouverture sur une belle théorie des congruences. Le cas des déblais et remblais superficiels conduit à des surfaces telles qu'un point donné se projette sur chaque normale au milieu du segment formé par les centres de courbure principaux. Les termes de *congruences*, *surfaces de M. Appell* ont même été consacrés par l'usage. Ces dernières surfaces admettent une théorie analogue à celle des surfaces minima, bien que plus élevée. Les extrémités des routes en déblais et remblais superficiels, peuvent y engendrer des courbes dites *séparatrices* par Dupin.

Un des aspects curieux du sujet est que de grands géomètres, comme Monge et Dupin, ont donné des résultats élégants et exacts au moyen de raisonnements mauvais et même faux.

M. Appell a rétabli partout la rigueur en accentuant encore la note élégante, ce dont il n'y a pas lieu de s'étonner, tant la manière est dans les habitudes de ce grand esprit.

A. BUHL (Toulouse).

Emile COTTON. — **Approximations successives et équations différentielles** (Mémorial des Sciences mathématiques dirigé par Henri Villat; fasc. XXVIII). — Un fascicule gr. in-8° de 48 pages. Prix: 15 francs. Gauthier-Villars et C^ie^, Paris, 1928.

Cet exposé a trait aux théorèmes d'existence concernant les équations différentielles ordinaires. Il s'agit naturellement des travaux fondamentaux de Cauchy-Lipschitz mais, à la clarté des méthodes d'approximations successives dues à M. Emile Picard, on peut remplacer les équations différentielles initiales par des équations intégrales. Dès lors, le point de vue s'élargit et l'on se trouve finalement en présence de méthodes propres à établir l'existence de solutions, à la fois, pour les équations différentielles et pour les équations intégrales, ces dernières pouvant d'ailleurs appartenir au type de Fredholm ou au type de Volterra.

Une grande importance est donnée aux systèmes linéaires, homogènes puis pourvus de seconds membres; le cas des systèmes dépendant de paramètres arbitraires donne aussi lieu à d'importantes généralités. Les solutions asymptotiques à une solution particulière, c'est-à-dire s'en rapprochant indéfiniment, quand la variable devient infinie, sont profondément étudiées d'après Poincaré, Liapounoff, Bohl. Et, de fait, si connaître une solution particulière, d'une équation ou d'un système d'équations différentielles, ne sert guère, en général, pour faire des constructions plus étendues par méthodes exactes, il y a, au contraire, de nombreuses méthodes approchées à développer autour d'une solution *noyau*, ce dernier mot n'étant pas écrit au hasard et venant rappeler les noyaux des équations intégrales.

M. Emile Picard, dans son *Traité d'Analyse*, a beaucoup approfondi le cas de l'équation du second ordre dont une courbe intégrale, au lieu d'être assujettie à passer par un point avec une direction déterminée, est assujettie à passer par deux points. Ici la question est dominée par les équations intégrales, à limites fixes, qui peuvent d'ailleurs conduire à des généralisations construites directement par M. Picard.

En somme, les théorèmes d'existence relatifs aux équations différentielles ne sont pas choses rigides à approfondir une fois pour toutes; ils sont, au contraire, fort souples et peuvent être indéfiniment variés surtout d'après la forme que l'on donne à des équations ayant, à part ce point de vue formel, le même degré de généralité. De tels fondements paraîtront toujours assez austères mais M. Emile Cotton les a examinés avec beaucoup d'aise et de sûreté.

A. BUHL (Toulouse).

C. GUICHARD. — **Les courbes de l'espace à *n* dimensions** (Mémorial des Sciences mathématiques dirigé par Henri Villat; fasc. XXIX). — Un fascicule gr. in-8° de 64 pages. Prix: 15 francs. Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1928.

Comme l'indique M. G. Kœnigs dans une brève préface, une partie de l'œuvre du regretté Guichard revit, dans ce fascicule, grâce à M. Raymond Jacques, professeur à l'Université de Montpellier. Félicitons ce dernier de sa modestie, car il aurait certainement pu prendre figure d'auteur. Toutefois, les choses étant présentées comme elles le sont, on comprend, une fois de plus, pourquoi Guichard était le disciple préféré de Darboux; on retrouve ici l'esprit élémentarisé dans les *Principes de Géométrie analytique*, esprit qui cherche, dans l'imaginaire, la clef véritable de toutes les harmonies géométriques. Que des considérations puissent être vraies, par exemple, pour toutes les droites *sauf* pour les droites *isotropes* et le véritable géomètre s'acharnera sur ces éléments exceptionnels qui, en effet, se révèleront particulièrement propres à éclaircir la notion de droite, de même qu'au point de vue fonctionnel, ce sont les singularités qui déterminent et éclairent la fonction.

Il ne faudrait pas non plus prendre ici le mot *courbe* trop à l'étroit; il s'agit d'un procédé pénétrant d'exploration de tout l'hyperespace à l'aide d'une seule variable. Si l'on décrit surtout des courbes c'est tout cet hyperespace qui est étudié. D'ailleurs on voit, dès le début, que trois points *non en ligne* droite définissent un 1-plan, que quatre points, non en un même 1-plan, définissent un 2-plan, etc., d'où, de proche en proche, des $(p - 1)$-plans qui peuvent être osculateurs à une courbe. De même la notion de développable est inséparable de celle de courbe.

Après les courbes ordinaires viennent les courbes $p$-fois isotropes qui correspondent à certains systèmes différentiels quadratiques; ceux-ci peuvent conduire aux surfaces applicables et aux systèmes triplement orthogonaux. Une courbe $p$-fois isotrope ne peut exister que dans un espace d'ordre au moins égal à $2p - 1$; c'est donc encore une singularité caractéristique de cet espace général.

Enfin, il y a des familles de cercles qui conduisent tout naturellement aux familles de sphères, aux coordonnées cycliques et sphériques de Darboux. Il y a des congruences et des complexes avec nombre de singularités inexistantes dans l'espace ordinaire. On voit que M. Jacques nous présente, au nom de Guichard, une puissante analyse pangéométrique. Après de telles études, on voit mieux ce qu'il faut et ce qu'il ne faut pas demander à l'espace à trois dimensions.

A. BUHL (Toulouse).