

SOUVENIRS DE BOLOGNE

Autor(en): **Buhl, A.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **27 (1928)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **14.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-21876>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

* * *

C'est à M^{me} Génina CLAPIER, Membre de l'Académie de Vaucluse, Lauréate de l'Institut de France, Chevalier de Saint-Sava, auteur d'*Aélis*¹ et de tant d'autres œuvres, à la si délicate compagne de notre collègue M. F.-C. Clapier, Professeur au Lycée de Montpellier, que nous devons l'ode précédente, lue à Bologne, pendant le Congrès international de septembre, lors d'une soirée offerte aux congressistes par l'éminent Podestat bolognais.

Rien ne pouvait tomber plus à propos que cette incantation poétique, au sujet d'un Congrès qui s'est déroulé sur la terre de Dante, au milieu de toutes les magnificences de l'Art, qui a été agrémenté d'un concert évocateur des plus claires subtilités de la musique italienne et qui s'est terminé à Florence, au Palazzo Vecchio dans l'une des plus belles salles du monde, sinon dans la plus belle, comme me l'ont dit certains Florentins.

Il faudra beaucoup de recul pour bien juger toute la science mathématique développée à Bologne du 3 au 10 septembre 1928; il faudra attendre, pour le moins, que les Comptes rendus du Congrès soient complètement imprimés et nous ne pouvons évidemment rien esquisser ici qui puisse en tenir lieu. Mais il n'est pas interdit de chercher à dégager quelques vues philosophiques apparues, à la fois, comme un signe des temps et du milieu.

Jamais peut-être la Science mathématique et l'Art n'ont été mieux unis.

C'est d'abord la séance d'ouverture dans l'Aula Magna dell' Archiginnasio; c'est le Recteur Magnifique Albini qui, dans la classique perfection d'un discours latin, met la réalité bien étudiée au-dessus de la fantaisie, bien que cette dernière semble toujours survoler l'autre. C'est le Ministre, S. E. Belluzzo, qui, dans un exposé rapide, rapproche l'abstraction et la technique:

¹ *Aélis*. Drame régionaliste en trois actes et en vers, couronné et représenté le 30 avril 1924, à Toulouse, lors du sixième centenaire de l'Académie des Jeux Floraux (H. Jacomet, éditeur, Villedieu, Vaucluse). Ce volume contient une liste des œuvres de M^{me} Clapier.

il fait de la Mathématique la collaboratrice intime de la Physique et invoque Maxwell. On ne pouvait certainement mieux choisir. Il évoque les théories relativistes qui ouvrent, aux esprits étonnés des hommes, des horizons inattendus. La science est, en ses formes créatrices, presque fatalement aristocratique et les sciences mathématiques tendent à former une aristocratie parmi les autres mais, dans leurs résultats, ces sciences sont utiles, nécessaires à tous; il faut souhaiter une instruction assez habilement répandue pour que ceux qui ne font pas de science sachent cependant ce qu'ils lui doivent.

Maintenant le Congrès est ouvert; nous avons chaque jour des conférences où l'esprit mathématique d'aujourd'hui va nettement se révéler.

* * *

La conception qui apparaît d'abord comme perdant de plus en plus du terrain est la conception mystique, quasi-divine des Mathématiques: discipline parfaite, extérieure à nous, imposant au mathématicien le devoir de reconnaître surtout les meilleures voies, les meilleurs travaux d'approche pour contempler enfin l'absolue perfection de sa science. Non. Toute science est humaine et repose sur des hypothèses qui ont été parfois si bien choisies qu'on a pu croire, pendant des milliers d'années, qu'elles s'identifiaient vraiment avec la Nature; mais des observations plus pénétrantes, les progrès faits contre la conception primitive et grâce à elle, l'évolution naturelle de l'esprit, ont toujours montré quelque incertitude du côté des postulats initiaux. Est-ce une apparence fâcheuse? Devons-nous admettre que cette apparence est destinée à disparaître de la Science qui vraiment trouvera des bases et des points de départ inébranlables. M. HILBERT paraît le croire. Dans un résumé français de sa brillante conférence sur les *Probleme der Mathematischen Logik*, il n'hésite pas à écrire que beaucoup de problèmes sont encore non résolus mais que la moindre trace d'obscurité n'est pas possible! Le point d'exclamation est de M. Hilbert. Il termine en disant: Dans les Mathématiques, l'Ignorabimus n'existe pas!

Si tout le monde n'est pas complètement d'accord sur de telles affirmations, rien n'empêche cependant de proclamer admirables

les efforts faits par M. Hilbert pour y parvenir. Autrefois on ne parlait guère que de démontrer théorèmes et théories; maintenant s'esquisse une « théorie de la démonstration ». On s'efforce de reconnaître les définitions, dites « prédicatives » par Henri Poincaré, qui se prêtent vraiment à la déduction mathématique. Mais ceci n'anéantit pas le « non prédicatif ». Il semble bien que la Science ne soit pas plus susceptible d'être nettement commencée qu'elle ne l'est d'être nettement terminée. Elle est un reflet de notre entendement qui doit conserver les imperfections de celui-ci. Loin de s'alarmer de la chose il faut l'utiliser à l'étude de l'entendement même. A cet égard, les mathématiques doivent être particulièrement puissantes. Si nous pouvions nettement mettre en évidence les causes des impossibilités de raisonnement contre lesquelles on se heurte aujourd'hui, notamment dans la Théorie des ensembles, nous serions peut-être à un lumineux tournant de l'Evolution, à un subit jaugeage suivi d'un perfectionnement de l'Intelligence même; des voies nouvelles pourraient s'ouvrir en lesquelles les difficultés sembleraient s'évanouir. Si c'est cela que M. Hilbert annonce, on ne peut que lui donner raison. Seulement, avec cette manière de concevoir les choses, on n'aurait pas encore la Perfection, incompatible avec la notion d'Evolution. Il est infiniment probable qu'il y aura toujours du lacunaire, du contradictoire, de l'angoissant *et c'est véritablement très heureux.*

Une science qui pourrait être commencée dans une forme unique et inéluctable apparaît aussi indésirable que celle qui pourrait être terminée dans une telle forme; elle y perdrait la source même de sa vie, diminuerait ou ferait disparaître cet Effort, sans cesse renouvelé, qui a porté des esprits faibles à crier à la faillite mais qui n'épouvante pas ceux qui postulent que tout Idéal atteint en implique un autre à atteindre.

* * *

Les réflexions suggérées par la conférence de M. Hilbert semblent être tout naturellement confirmées par celles qui ont suivi. M. HADAMARD nous a savamment parlé sur *Le développement et le rôle scientifique du Calcul fonctionnel.*

Les notions spatiales ordinaires qui servaient à la représentation des simples fonctions n'ont plus suffi quand on a voulu étudier des variations de fonctionnelles dépendant de fonctions; il a fallu avoir recours à l'espace fonctionnel. On a d'abord cherché à étudier celui-ci par analogie avec l'espace ordinaire mais des différences fondamentales, irréductibles aux anciennes notions, sont bientôt apparues et il a fallu créer la notion d'*espace abstrait*, due à M. Fréchet et dont ce dernier nous a entretenus avec charme et clarté. Cette constatation apporte encore un argument contre la conception des postulats initiaux établis une fois pour toutes de manière inébranlable et désormais non modifiable.

Supposons que cet état initial soit atteint et serve véritablement de base à tout ce que l'on conçoit en mathématiques *aujourd'hui*. Qu'est-ce qui prouve que ce même état initial pourra aussi bien servir de base à telle conception qui naîtra *demain* ?

* * *

Ne quittons point l'ordre d'idées précédent sans signaler la Conférence de M. TONELLI: *Contributo italiano alla Teoria delle funzioni di variabili reali* et celle de M. LUSIN: *Sur les voies de la Théorie des ensembles*. Des deux côtés la notion d'ensemble force à des réflexions dont personne n'avait idée il y a cinquante ans. Le dénombrable, qui est, comme dit M. Borel, « la seule réalité accessible » apparaît comme étant déjà d'une prodigieuse et parfois bien étrange complexité. Quant au continu, si commode, si mêlé à l'enseignement élémentaire, il recèle des difficultés plus redoutables encore pour n'être qu'un fruit de notre imagination duquel s'éloignent maintenant, à grands pas, les conceptions physiques. Le titre de la Conférence de M. Tonelli dit bien ce que le jeune et éminent géomètre a voulu dire; il a surtout parlé des travaux de l'Ecole italienne, ce qui n'empêche pas qu'il a presque obligatoirement cité M. Lebesgue dans une voie parcourue à peu près parallèlement par M. Baire. N'oublions pas ce dernier qui, pour raison de santé, se tient, depuis longtemps, à l'écart du mouvement scientifique tout en ayant lancé, il y a quelque trente ans, une Thèse *Sur les fonctions*

de variables réelles qui disséquait déjà de la manière la plus troublante la trop intuitive notion de continuité.

Cette notion qui se glisse insidieusement partout et qu'il faut savoir surveiller partout nous mène à la Conférence de M. Enriques, *Continuità et discontinuità nella Geometria algebrica* ainsi qu'à celle de M. Castelnuovo sur *La Geometria algebrica e la Scuola Italiana*. Ici nous arrivons à l'Analysis situs, aux variétés à la fois continues et caractérisées topologiquement par des entiers; certes l'œuvre est grandement italienne encore que M. Emile Picard y ait apporté une contribution bien connue.

* * *

Ce n'est pas trop que de consacrer un paragraphe spécial à la Conférence de M. WEYL, de Zurich, *Darstellung Kontinuirlichen Gruppen*. Les travaux de M. Weyl, comme ceux de M. Cartan, peuvent être rattachés au flot puissant et limpide des idées einsteiniennes avec cette différence que M. Cartan avait déjà publié de grands développements sur les groupes quand le flot s'est annoncé tandis que M. Weyl, plus jeune, est allé aux groupes après avoir travaillé les espaces de Riemann et les Théories d'Einstein. Les deux points de vue, préparés différemment, ne sont pas les mêmes. Du côté de M. Cartan est le point de vue différentiel qui fut d'abord celui de Lie et de ses disciples immédiats; les groupes se construisent par systèmes différentiels ou sont associés à des formes de Pfaff qui sont des formes différentielles. Du côté de M. Weyl les groupes s'associent à des propriétés d'équations intégrales. On pressent tout de suite que les deux procédés ne demandent qu'à se joindre; tous deux sont propres à éclairer magnifiquement le rôle des géométries dans l'Univers physique. Faut-il dire, à ce propos, que la Gravifique d'Einstein ne semble plus rencontrer d'adversaires; du moins, je n'ai vu personne, au Congrès, qui s'y soit présenté comme tel. Que pourraient être ces adversaires, s'ils continuaient à exister? N'est-il pas évident que les géométries sont des vêtements simples et maniables avec lesquels nous habillons la Nature? Dans le vêtement euclidien nous trouvons une première approximation particulièrement commode; Einstein a employé le vête-

ment constitué par la géométrie différentielle de Riemann; pour pénétrer dans l'atome et dans les ondes, au sens de Schrödinger et de Louis de Broglie, il semble nécessaire de les vêtir intérieurement d'une troisième manière, La Pangéométrie apporte ainsi tous ses secours à la Physique, secours particulièrement précieux quand il s'agit de phénomènes qui ne sont pas à notre échelle. Rien de plus simple, de plus immédiatement acceptable et il est presque impossible de comprendre comment de telles idées n'ont pas été, tout de suite, claires pour tout le monde. Elles subissent maintenant de prodigieux développements. M. Cartan, étudiant les mouvements non holonomes, a pu les faire dépendre de deux ou même de plusieurs métriques différentes. Il est vain de se demander si l'Univers est euclidien, ou riemannien, ou...; il est tout cela à la fois. Pour parler plus clairement, il est hétérogène et il faudrait une infinité de géométries diverses pour pouvoir le pénétrer également bien dans tous ses détails.

Au même sujet rattachons la conférence de M. VEBLEN: *Differential invariants and Geometry*. Sophus Lie présentait déjà le rôle des invariants différentiels dans l'élaboration des géométries; ce sont eux qui livrent les notions de courbure à partir des ds^2 . Ils sont loin d'avoir tous la même importance physique mais c'est peut-être en recherchant, avec pénétration, ce qui correspond physiquement à chacun que nous parviendrons à de nouvelles et saisissantes généralités.

* * *

La Conférence de M. BOREL, sur *Le Calcul des Probabilités et les sciences exactes* n'a malheureusement pas pu être faite par son auteur qu'une indisposition empêcha de venir à Bologne. Elle a été lue par M. Cartan. Elle manifeste encore un souci incessant de ne point perdre le contact avec la réalité physique tout en faisant finement l'analyse des probabilités infimes, miraculeuses qui pourraient démentir l'observation ordinaire.

Des conférences d'un caractère technique ou historique, si elles s'éloignent de cette philosophie des principes qui captive tant le mathématicien d'aujourd'hui, ont eu un intérêt qui, pour être d'une autre nature, n'en a pas moins été très grand.

M. KARMAN tout en nous entretenant des *Mathematische Probleme der modernnen Aerodynamik* a tout à coup exhibé, aux applaudissements spontanés de l'assistance, un ravissant petit modèle d'avion. M. PUPPINI, dès le premier jour, venait immédiatement après MM. Hilbert et Hadamard, pour exposer *Le bonifiche in Italia*. Il montra comment les progrès de l'hydraulique ont permis de transformer des régions sauvages et des terrains marécageux en campagnes fertiles et saines et en centres d'industrie et de vie. La couleur locale pouvait reposer des univers logiques et abstraits. M. AMOROSO avec *Le equazioni differenziali della dinamica economica* et M. VOLTERRA avec *La teoria dei funzionali applicata ai fenomeni ereditari* ont traité des sujets qui ne relèvent point, à coup sûr, de quelque point de vue technique secondaire. C'est de la belle et savante analyse. Mais je crois bien interpréter la pensée des auteurs en faisant justement ressortir la portée pratique, je dirai même la portée biologique de cette analyse. De toutes façons les deux thèses s'opposent encore heureusement l'une à l'autre; d'une part le point de vue différentiel, de l'autre le point de vue fonctionnel se traduisant plutôt en équations intégrales.

* * *

Il faut maintenant conclure, ce qui est délicat, bien que la conclusion même ait été indiquée au Congrès de façon particulièrement grandiose. En somme, dans ce qui précède, nous avons fait ce tableau des Mathématiques: ensemble de postulats serrant la Nature, l'observation, d'aussi près que possible mais d'une manière qui ne peut être parfaite, les lacunes pouvant être comblées par l'Hypothèse; déductions dont le mécanisme représente probablement ce qu'il y a de plus irréprochable dans l'esprit humain mais desquelles on ne peut éliminer l'arbitraire, l'hypothétique des points de départ.

Il me semble vraiment que l'on marche — et très rapidement — vers le triomphe de cette conception qui fut celle de Riemann et de Poincaré, mais il est néanmoins hors de doute qu'il y a encore, à l'heure actuelle, des partisans de l'idée mathématique absolue; ces partisans ont pour eux le bon sens ordinaire pour qui « c'est mathématique » veut dire: c'est certain, cela n'admet

pas la moindre possibilité de contestation. Ce sont également ceux qui vous disent : démontrez que telle assertion est vraie ou fausse mais, hors cela, point d'alternative.

Au premier abord le second point de vue peut paraître supérieur ; je suis de ceux qui préfèrent le premier parce que l'arbitraire qu'il met à notre disposition permet mieux d'introduire dans la Science toutes les ressources de l'Esthétique, toutes les formes de la Beauté. C'est encore une conception de bon sens ordinaire que les Mathématiques sont certaines mais bien rébarbatives ; si nous pouvions faire entendre qu'elles sont une forme — et une forme supérieure — de l'Art, même avec le caractère original et personnel de l'inspiration, même avec quelques vicissitudes semblables à celles où se débat la pensée de l'artiste, le bénéfice ne serait-il pas immense ?

Et l'idée est-elle si moderne ? Non. C'est l'idée grecque réglant l'Univers sur l'Harmonie des sphères et le Concert des nombres ; les identités arithmétiques que les Grecs rapprochaient d'une manière trop directe, trop naïve, sans doute, de la Cosmogonie, accompagnent aujourd'hui la géométrie de Cayley, réplique de l'électromagnétisme de Maxwell, préfaces de la Gravifique d'Einstein.

Or cette union intime et sublime de la Science mathématique et de l'Art, aucun Congrès ne l'a jamais aussi bien proclamée que celui de Bologne. M. MARCOLONGO fait appel à *Leonardo da Vinci nella storia della matematica e della meccanica*. L'immortel Florentin auteur de la Joconde, physicien, ingénieur, poète, musicien fut aussi un mathématicien, un géomètre abstrait s'ingéniant notamment à construire des aires quarrables limitées par arcs de cercle comme les lunules d'Hipparque ; il bâtit ainsi toute une trigonométrie sur la notion d'aire, la préoccupation esthétique jouant manifestement le rôle initial. M. W.-H. YOUNG dans *The mathematical methods and its limitations* fait preuve d'un enthousiasme illimité, non pour on ne sait quelle vérité immuable et rigide mais pour la plastique prodigieuse des méthodes. Ceux qui ont vu M. Young se rappelleront toujours sa grande barbe, sa physionomie d'apôtre qui respire une sereine bonté ; s'il n'a pas eu le temps, en une courte conférence de parcourir toute la Philosophie, il nous a du moins laissé soup-

çonner que, des formes artistiques de la Logique, il pourrait aisément passer à celles de la Morale et que le Bien n'est, lui aussi, qu'une forme supérieure de l'Art.

Enfin c'est M. BIRKHOFF qui disserte sur *Quelques éléments mathématiques de l'Art*. Les aperçus généraux vont jusqu'à se préciser en des courbes à définition géométrique qu'il trouve en d'anciens profils d'amphore; il nous incite à rechercher quel effort fut vraiment primordial, de celui de l'artiste ou de celui du géomètre; le plus simple est d'admettre que tous deux relèvent, au fond, d'un même penchant de l'esprit humain et qu'ils s'épurèrent réciproquement.

Et c'est ici que, comme par magie, intervient le plus enchanteur des décors.

Comme nous le disions au début, M. Birkhoff fit cette ultime conférence dans la grande salle du Vieux Palais, à Florence. Il faut avoir contemplé les hérauts, vêtus de soie blanche parsemée de lys rouges, ouvrant la séance au son de trompettes éclatantes dirigées vers le plafond carrelé de chefs-d'œuvre, pour sentir que Florence, comme Bologne, n'admettent point de manifestation mathématique sans un prodigieux développement de splendeur.

Sans doute ces rapides analyses ne peuvent donner du Congrès qu'une idée très imparfaite. D'abord parce que je n'ai point parlé ici des centaines de communications faites dans les séances de sections, ensuite parce que je suis peut-être coupable d'avoir dépeint les Conférences avec une trop grande part d'appréciation personnelle; l'enthousiasme n'est jamais absolument impartial.

Mais il s'agit ici d'un enthousiasme auquel on ne peut parvenir que par les plus grandes formes de la Pensée; c'est pourquoi le Congrès de Bologne peut demeurer dans la mémoire comme y demeureront les images de marbre et d'or des cathédrales italiennes, les visions aurorales ou crépusculaires, faites d'azur et de soleil, sur la Méditerranée et l'Adriatique.

A. BUHL (Toulouse).

(Les travaux des séances des sections et les vœux et résolutions qui y ont été présentés feront l'objet d'un article qui paraîtra dans le prochain fascicule de l'Enseign. math. — N. de la Rédaction.)

SOUVENIRS DE BOLOGNE



ODE

PAR

MADAME GÉNINA CLAPIER.

Reine des Appennins, Bologne la Savante,
Tu peux t'enorgueillir d'un passé glorieux ;
Ton Université, royale et bienfaisante,
Répand les purs rayons de ta splendeur vivante
Et garde l'immortel souvenir des aïeux.

Perle du vaste écrin de la fière Italie,
Tes lumineux arceaux vibrent avec douceur,
L'éclat de ta beauté t'a toujours ennoblie
Et nous te proclamons noble autant que jolie,
Trésor de la nation sœur !

En ce jour qui pour la Science est une aurore,
Car il unit nos cœurs par des liens exquis,
Laisse-nous saluer le ciel qui te colore,
Ces hardis monuments qui nous parlent encore
Des fastes d'un vaillant pays.

Puisses-tu conserver le pur rayon de gloire
Qui nimbe de clarté tes jardins et tes tours,
Puisses-tu voir grandir ta radieuse histoire ;
Ton accueil, en notre mémoire,
Bologne, restera toujours !

Et nous portons au cœur une douce espérance
— Nos frères au delà des monts —
C'est de vous voir longtemps marcher avec la France
Pour l'Art, pour l'Idéal, pour le Bien, la Science
Que nous, vrais latins, nous aimons !