Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Band: 28 (1929)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: MOUVEMENT D'UN POINT DONT L'ACCÉLÉRATION EST PARALLÈLE A UNE DROITE OU A UN PLAN CONSTANTS

Autor: Toscano, Letterio

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-22605

Réciproquement si

$$(n-1)!+1=nP\ ,$$

le nombre n est premier et l'on a aussi démontré le *théorème de Wilson.*

Ce théorème fut attribué à WILSON par WARING, mais on le doit à LAGRANGE.

Messine, 24 décembre 1928.

MOUVEMENT D'UN POINT DONT L'ACCÉLÉRATION EST PARALLÈLE A UNE DROITE OU A UN PLAN CONSTANTS

PAR

Letterio TOSCANO (à Messine).

Dans mon travail *Moto di un punto sollecitato da una forza la cui linea d'azione incontra una retta fissa*, sous presse dans le *Giornale di Matematiche*, nous traitons de manière complète et en appliquant la méthode vectorielle, un problème traité déjà par CERRUTI, DAINELLI, CESARO, GEBBIA, avec méthodes diverses qui conduisent à des calculs compliqués.

M. U. DAINELLI, dans un autre travail, *Sul movimento per una linea qualunque* (*Giornale di Matematiche*, vol. 18, 1880, pp. 271, 300), considère le mouvement d'un point dont l'accélération est parallèle à une droite ou à un plan constants; et ici nous reprenons le même problème pour le traiter par la méthode vectorielle.

1. — Mouvement d'un point dont l'accélération a une direction constante.

Soit P le point mobile et a un vecteur unitaire suivant la direction constante

L'équation caractéristique de notre mouvement est

$$\frac{d^2 \mathrm{P}}{dt^2} \wedge \mathbf{a} = 0 ,$$

dont suit: *Le mouvement d'un point dont l'accélération a une direction constante est plan.*

En dénotant avec v la grandeur de $\frac{d\mathrm{P}}{dt}$, on a

$$v \sin (\mathbf{v} \wedge \mathbf{a}) = k = \text{const}$$

et de là

$$v = \frac{k}{\sin (\mathbf{v} \wedge \mathbf{a})} ,$$

ce qui donne: *La vitesse est en raison inverse du sinus de l'angle que la tangente à la trajectoire forme avec le vecteur constant.*

Pour déduire l'accélération, nous rappelons que

$$\frac{d^2 \mathrm{P}}{dt^2} = \frac{dv}{dt}\mathbf{t} + \frac{v^2}{\rho}\mathbf{n} ,$$

où $\mathbf{t}$, $\mathbf{n}$ sont vecteurs unitaires suivant la tangente et la normale à la trajectoire en P, et de là

$$\frac{dv}{dt}\mathbf{t} \wedge \mathbf{a} + \frac{v^2}{\rho}\mathbf{n} \wedge \mathbf{a} = 0$$

$$\frac{dv}{dt}\frac{\mathbf{k}}{v} + \frac{v^2}{\rho}\mathbf{n} \wedge \mathbf{a} = 0$$

$$\frac{dv}{dt}\mathbf{k} = -\frac{v^3}{\rho}\mathbf{n} \wedge \mathbf{a}$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{v^3}{\rho}\frac{\sin (\mathbf{n} \wedge \mathbf{a})}{k} .$$

En outre,

$$\frac{v^2}{\rho} = \frac{k^2}{\rho \sin^2 (\mathbf{v} \wedge \mathbf{a})}$$

ainsi que

$$\text{acc.} = \frac{k^2}{\rho \sin^3 (\mathbf{v} \wedge \mathbf{a})} \sqrt{2 - [\cos^2 (\mathbf{n} \wedge \mathbf{a}) + \cos^2 (\mathbf{v} \wedge \mathbf{a})]} ,$$

$$\text{acc.} = \frac{k^2}{\rho \sin^3 (\mathbf{v} \wedge \mathbf{a})} .$$

Alors nous concluons que *l'accélération est en raison inverse du rayon de courbure et du cube du sinus de l'angle que la direction de la tangente forme avec le vecteur constant.*

Mais il est bien d'observer que dans ces considérations, afin que la vitesse ne soit pas nulle ou doit avoir $\sin(\mathbf{t} \wedge \mathbf{a}) \neq 0$ et, de là, la trajectoire ne doit pas admettre des tangentes parallèles à la direction constante de l'accélération.

2. — Mouvement d'un point dont l'accélération est parallèle à un plan constant.

Soit P le point mobile et **N** un vecteur unitaire perpendiculaire au plan constant P_f. L'équation caractéristique du mouvement est

$$\frac{d^2 P}{dt^2} \times \mathbf{N} = 0$$

d'où

$$v = \frac{c}{\cos(P_n, \wedge P_f)},$$

si P_n est le plan perpendiculaire à la trajectoire et $\cos(P_n, \wedge P_f) \neq 0$.

Pour l'accélération on a

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{c}\frac{v^3}{\rho}\mathbf{n} \times \mathbf{N}$$

en outre,

$$\frac{v^2}{\rho} = \frac{c^2}{\rho \cos^2(P_n, \wedge P_f)}$$

et de là

$$\text{acc.} = \frac{c^2 \sin(P_0, \wedge P_f)}{\rho \cos^3(P_n, \wedge P_f)}.$$

si P_0 est le plan osculateur et si P_b est perpendiculaire à n.

Aussi: *Dans le mouvement d'un point dont l'accélération est parallèle à un plan constant, la vitesse est en raison inverse du cosinus de l'angle que le plan constant forme avec le plan normal à la trajectoire au point considéré.*

L'accélération est en raison inverse du cube du cosinus de l'angle dit plus haut, au rayon de courbure et en raison directe du sinus de l'angle que le plan osculateur à la trajectoire au point considéré forme avec le plan constant.