

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Band:** 28 (1929)  
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** MOUVEMENT D'UN POINT DONT L'ACCÉLÉRATION EST PARALLÈLE A UNE DROITE OU A UN PLAN CONSTANTS  
**Autor:** Toscano, Letterio  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-22605>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 15.10.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Réciproquement si

$$(n - 1)! + 1 = nP ,$$

le nombre  $n$  est premier et l'on a aussi démontré le *théorème de Wilson*.

Ce théorème fut attribué à WILSON par WARING, mais on le doit à LAGRANGE.

Messine, 24 décembre 1928.

---

MOUVEMENT D'UN POINT DONT L'ACCÉLÉRATION  
EST PARALLÈLE A UNE DROITE OU A UN PLAN  
CONSTANTS

PAR

Letterio TOSCANO (à Messine).

---

Dans mon travail *Moto di un punto sollecitato da una forza la cui linea d'azione incontra una retta fissa*, sous presse dans le *Giornale di Matematiche*, nous traitons de manière complète et en appliquant la méthode vectorielle, un problème traité déjà par CERRUTI, DAINELLI, CESARO, GEBBIA, avec méthodes diverses qui conduisent à des calculs compliqués.

M. U. DAINELLI, dans un autre travail, *Sul movimento per una linea qualunque* (*Giornale di Matematiche*, vol. 18, 1880, pp. 271, 300), considère le mouvement d'un point dont l'accélération est parallèle à une droite ou à un plan constants; et ici nous reprenons le même problème pour le traiter par la méthode vectorielle.

1. — Mouvement d'un point dont l'accélération a une direction constante.

Soit P le point mobile et  $a$  un vecteur unitaire suivant la direction constante

L'équation caractéristique de notre mouvement est

$$\frac{d^2 P}{dt^2} \wedge \mathbf{a} = 0 ,$$

dont suit: *Le mouvement d'un point dont l'accélération a une direction constante est plan.*

En dénotant avec  $\nu$  la grandeur de  $\frac{dP}{dt}$ , on a

$$\nu \sin(\mathbf{v} \wedge \mathbf{a}) = k = \text{const}$$

et de là

$$\nu = \frac{k}{\sin(\mathbf{v} \wedge \mathbf{a})} ,$$

ce qui donne: *La vitesse est en raison inverse du sinus de l'angle que la tangente à la trajectoire forme avec le vecteur constant.*

Pour déduire l'accélération, nous rappelons que

$$\frac{d^2 P}{dt^2} = \frac{d\nu}{dt} \mathbf{t} + \frac{\nu^2}{\rho} \mathbf{n} ,$$

où  $\mathbf{t}$ ,  $\mathbf{n}$  sont vecteurs unitaires suivant la tangente et la normale à la trajectoire en P, et de là

$$\frac{d\nu}{dt} \mathbf{t} \wedge \mathbf{a} + \frac{\nu^2}{\rho} \mathbf{n} \wedge \mathbf{a} = 0$$

$$\frac{d\nu}{dt} \frac{\mathbf{k}}{\nu} + \frac{\nu^2}{\rho} \mathbf{n} \wedge \mathbf{a} = 0$$

$$\frac{d\nu}{dt} \mathbf{k} = - \frac{\nu^3}{\rho} \mathbf{n} \wedge \mathbf{a}$$

$$\frac{d\nu}{dt} = - \frac{\nu^3 \sin(\mathbf{n} \wedge \mathbf{a})}{\rho k} .$$

En outre,

$$\frac{\nu^2}{\rho} = \frac{k^2}{\rho \sin^2(\mathbf{v} \wedge \mathbf{a})}$$

ainsi que

$$\text{acc.} = \frac{k^2}{\rho \sin^3(\mathbf{v} \wedge \mathbf{a})} \sqrt{2 - [\cos^2(\mathbf{n} \wedge \mathbf{a}) + \cos^2(\mathbf{v} \wedge \mathbf{a})]} ,$$

$$\text{acc.} = \frac{k^2}{\rho \sin^3(\mathbf{v} \wedge \mathbf{a})} .$$

Alors nous concluons que *l'accélération est en raison inverse du rayon de courbure et du cube du sinus de l'angle que la direction de la tangente forme avec le vecteur constant.*

Mais il est bien d'observer que dans ces considérations, afin que la vitesse ne soit pas nulle ou doit avoir  $\sin(\mathbf{t} \wedge \mathbf{a}) \neq 0$  et, de là, la trajectoire ne doit pas admettre des tangentes parallèles à la direction constante de l'accélération.

2. — Mouvement d'un point dont l'accélération est parallèle à un plan constant.

Soit  $P$  le point mobile et  $\mathbf{N}$  un vecteur unitaire perpendiculaire au plan constant  $P_f$ . L'équation caractéristique du mouvement est

$$\frac{d^2 P}{dt^2} \times \mathbf{N} = 0$$

d'où

$$v = \frac{c}{\cos(P_n, \wedge P_f)},$$

si  $P_n$  est le plan perpendiculaire à la trajectoire et  $\cos(P_n, \wedge P_f) \neq 0$ .

Pour l'accélération on a

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{c} \frac{v^3}{\rho} \mathbf{n} \times \mathbf{N}$$

en outre,

$$\frac{v^2}{\rho} = \frac{c^2}{\rho \cos^2(P_n, \wedge P_f)}$$

et de là

$$\text{acc.} = \frac{c^2 \sin(P_0, \wedge P_f)}{\rho \cos^3(P_n, \wedge P_f)},$$

si  $P_0$  est le plan osculateur et si  $P_b$  est perpendiculaire à  $n$ .

Aussi: *Dans le mouvement d'un point dont l'accélération est parallèle à un plan constant, la vitesse est en raison inverse du cosinus de l'angle que le plan constant forme avec le plan normal à la trajectoire au point considéré.*

*L'accélération est en raison inverse du cube du cosinus de l'angle dit plus haut, au rayon de courbure et en raison directe du sinus de l'angle que le plan osculateur à la trajectoire au point considéré forme avec le plan constant.*