Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 29 (1930)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE.

Buchbesprechung: Emile Picard. — Leçons sur quelques Problèmes aux limites de la Théorie des Equations différentielles rédigées par Marcel Brelot (Cahiers scientifiques publiés sous la direction de M. Gaston Julia. Fascicule V). — Un volume grand in-8° de viii-272 pages et 31 figures. Prix: 60 francs. Gauthier-Villars & Cie. Paris, 1930.

Autor: Buhl, A.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Goursat, si bien reprise et poursuivie par Pierre Fatou, est appelée à un grand retentissement d'où de nouveaux et profonds résultats vont certainement jaillir en abondance.

A. Buhl (Toulouse).

Paul Appell. — **Eléments de la Théorie des Vecteurs et de la Géométrie analytique.** Deuxième édition. — Un volume in-8° de iv-126 pages et 57 figures. Prix: 18 francs. Gauthier-Villars & C^ie. Paris, 1930.

Après le précédent volume, qui représente les plus hautes considérations de la Théorie des Fonctions, nous n'hésitons pas à placer celui-ci, si élémentaire soit-il, justement parce qu'il est toujours extrêmement remarquable qu'une minime œuvre d'enseignement soit écrite par un savant de tout premier ordre. D'ailleurs ce livre est encore une seconde édition. La première fut publiée dans la Collection Payot, en 1921 et *L'Enseignement mathématique* en a rendu compte alors (T. XXII, 1921-22, p. 85). Il s'agit toujours de la géométrie des vecteurs, des droites, des plans, des coniques, du cercle et de la sphère; on arrive au seuil de l'étude des quadriques. Ce petit programme ne va pas cependant sans quelques traits qui révèlent la personnalité de l'auteur. Tel est le lien entre produits vectoriels intérieur et extérieur, lien qui équivaut à l'identité de Lagrange. Tel est le produit

$$(r + r' - 2a)\,(r - r' - 2a)\,\,(-r + r' - 2a)\,(-r - r' - 2a)$$

utilisé pour mettre en équation, à la fois, l'ellipse et l'hyperbole rapportées à leurs axes. Il y a nullité du premier facteur sur l'ellipse, du second ou du troisième sur l'hyperbole. N'insistons pas. La réédition du livre est la meilleure preuve de son utilité. Et si Paul Appell n'est plus, on peut dire que son influence restera prépondérante, pendant longtemps, dans les domaines classiques les plus divers.

A. Buhl (Toulouse).

Emile Picard. — **Leçons sur quelques Problèmes aux limites de la Théorie des Equations différentielles** rédigées par Marcel Brelot (Cahiers scientifiques publiés sous la direction de M. Gaston Julia. Fascicule V). — Un volume grand in-8° de viii-272 pages et 31 figures. Prix: 60 francs. Gauthier-Villars & C^ie. Paris, 1930.

Qui n'a ressenti quelque chagrin en constatant que M. Emile Picard abandonnait l'idée d'ajouter un quatrième tome à son *Traité d'Analyse*. Heureusement nous voici dédommagés, au moins partiellement, par les *Leçons* qui se succèdent dans les *Cahiers scientifiques*. Celui-ci comprend une Première Partie, consacrée aux Equations différentielles ordinaires et qui développe des points déjà étudiés dans le tome III du *Traité;* une Seconde partie, consacrée aux Equations aux dérivées partielles, nous donne vraisemblablement des choses qui auraient pu se situer dans le tome IV.

Les méthodes générales ici employées constituent une curieuse association de procédés intégraux appliqués, d'abord très directement, à des équations différentielles. L'un des plus simples consiste à multiplier l'équation par un facteur différentiel et à intégrer entre a et b; il n'en faut souvent pas davantage pour juger de l'existence de la courbe intégrale passant par deux

points d'abscisses respectives a et b. Du moins de telles méthodes s'associent élégamment à celle des approximations successives et aident à juger de la convergence de ces approximations. La non convergence n'impliquant pas l'inexistence de la solution, on voit déjà quels aspects multiples et variés se révèlent à propos d'équations du second ordre auxquelles on associe des intégrales définies de construction très simple.

L'intérêt augmente encore avec les équations contenant dans leurs coefficients un paramètre arbitraire λ; on sait qu'ici les solutions, à caractère géométrique ci-dessus indiqué, peuvent n'être obtenues que pour des λ appartenant à de certains ensembles.

Le cas où la solution cherchée doit avoir, en A et B, les mêmes valeurs conduit aux solutions périodiques et lorsqu'il faut s'acheminer vers les équations intégrales proprement dites et étudier, par exemple, les relations intégrales d'orthogonalité, on trouve ce terrain tout préparé par les discussions d'intégrales définies liées, de prime abord, aux équations différentielles sus-mentionnées.

Evidemment tout ceci vise surtout la construction de solutions réelles si bien que les applications physiques suivent le plus naturellement du monde. Le problème du mur de Fourier, avec chaleur spécifique variable, conduit à l'équation

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = A(x)\frac{\partial V}{\partial t} .$$

Une solution de la forme $y(x)e^{-\lambda t}$ exige que

$$y'' + \lambda A(x) y = 0 ,$$

avec des choix de λ assurant de certaines continuités dans un intervalle (a, b). On retrouve facilement les perfectionnements apportés à la question par Schmidt. Un problème armillaire, physiquement analogue, fait étudier des V périodiques.

Ceci nous conduit à la recherche d'une intégrale périodique de

$$y'' + A(x) y = 0$$

au moyen d'un système d'une infinité d'équations linéaires algébriques, d'où, naturellement, l'introduction de déterminants d'ordre infini. On reprend ensuite l'équation contenant λ avec équation intégrale correspondante. Le sujet possède une bibliographie extrêmement étendue mais il est presque partout en relation avec les travaux que M. Emile Picard commençait, bien avant 1900, dans le domaine des équations différentielles.

Dans le domaine des équations aux dérivées partielles, les fondements sont du côté du Principe de Dirichlet avec association de la Fonction de Green. Les généralisations visent particulièrement les équations

$$\Delta u + f(x, y) = 0 \qquad \Delta u = c(x, y) u , \qquad \Delta u = F(u, x, y) .$$

Au premier abord, les problèmes semblent toujours ne demander que des solutions réelles. Il n'en est que plus intéressant de découvrir qu'on peut

introduire, par exemple dans c, un facteur ρ qui, pour certaines valeurs complexes, permet l'existence d'une solution u également complexe. Quant au domaine simplement connexe du problème de Dirichlet primitif, il peut être varié par des méthodes d'extension qui font très aisément image au point de vue géométrique. On peut, de plus, se débarrasser finalement de l'hypothèse de quarrabilité.

Les applications physiques sont relatives ici aux plaques en équilibre thermique, rayonnantes ou non, pourvues ou non de *sources* représentables par singularités logarithmiques. Ces considérations planes peuvent s'étendre au cas de la cloison gauche par des procédés cartographiques, des *pavages* spatiaux qu'on ne construit pas sans analyser à nouveau la continuité. Cependant on ne recourt point ici à l'analyse abstraite de certains écrits modernes; on conserve plutôt le contact avec les généralités *explicites* de la haute Théorie des fonctions, avec la double périodicité ou l'automorphisme à groupe fuchsien laissant $c\,(x, y)$ invariante.

Deux derniers chapitres étendent les considérations précédentes aux problèmes à trois dimensions avec, cette fois, l'usage général des équations intégrales mais non sans complète utilisation des procédés plus anciens associés à la théorie du potentiel modifiée de diverses manières.

Tout ceci rend des plus précieuses ces *Leçons* de M. Emile Picard puisqu'elles établissent un nouveau trait d'union entre les développements fonctionnels modernes et une analyse qui, il y a une quarantaine d'années, faisait déjà la célébrité de l'Ecole française.

A. Buhl (Toulouse).

Gaston Julia. — **Principes géométriques d'Analyse.** Première Partie. Leçons rédigées par M. Brelot et R. de Possel (Cahiers scientifiques publiés sous la direction de M. Gaston Julia. Fascicule VI). — Un volume grand in-8° de VI-116 pages et 35 figures. Prix: 25 francs. Gauthier-Villars & C^ie^. Paris, 1930.

La notion de transformation est l'une des plus fondamentales de l'Analyse et elle est de nature géométrique. Telle est l'idée, n'allant pas sans une sorte de constraste interne fort intéressant, que M. Gaston Julia semble vouloir développer dans ces Leçons. Avec

$$Z = a_1 z + a_2 z^2 + \ldots + a_n z^n + \ldots , \qquad a_1 \neq 0$$

le voisinage du point $z = 0$ est changé, sans difficulté, en celui de $Z = 0$. Mais que les premiers coefficients a_i soient nuls et la correspondance univoque ne sera plus possible qu'entre un plan et une surface de Riemann. On voit qu'il n'y a pas à aller loin pour apercevoir, dans la notion de transformation l'influence capitale de la singularité.

Les transformations sont envisagées ici entre *domaines* d'où la nécessité de définir exactement ce mot. Cela ne va pas sans quelque retour sur la notion d'ensemble et sur la conception de *connexion*. Mais il est remarquable qu'après ces préliminaires assez brefs on puisse tout de suite envisager la transformation d'un domaine par une fonction qui y est méromorphe. Le cas de $Z = f\,(z)$, avec f holomorphe suffit d'ailleurs pour définir l'*attraction* et la *répulsion* au voisinage d'un point double. Ce sont là des choses dont on