Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Band: 29 (1930)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE.

Artikel: SUR LES SYSTÈMES LINÉAIRES DE SUITES DE POINTS EN GÉOMÉTRIE PLANE PROJECTIVE

Kapitel: 2. Représentation des suites de points dans un espace E_5.

Autor: Weiss, E. A.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-23253

coordonnées d'une droite fixe, le paramètre τ, solution de l'équation linéaire résultante est le paramètre du point d'intersection de la droite u et de la suite de points.

Pour obtenir l'équation de la droite représentée par (6) joignons deux points différents τ et σ:

$$m\,(\mu\tau) \qquad \text{et} \qquad m'\,(\mu'\sigma)\ ^{1} \tag{7}$$

Or:

$$(xmm')\,(\mu\tau)\,(\mu'\sigma) = \frac{1}{2}\,(xmm')\,(\mu\mu')\,.\,(\tau\sigma) \tag{8}$$

L'équation de la droite cherchée s'obtient donc en annulant la forme:

$$(ux) = \frac{1}{2}\,(xmm')\,(\mu\mu')\ . \tag{9}$$

Il y a exception dans le cas où cette expression s'annule identiquement. Ce cas échéant la forme $(um)(\mu\tau)$ se décompose en deux facteurs, un ternaire et un binaire, dont chacun a une signification réelle:

$$(um)\,.\,(\mu\tau)\ .\ ^{2} \tag{10}$$

Annulé le premier donne l'équation d'un point m, le deuxième l'équation d'un paramètre μ. Nous appelerons *suite de points singulière* cette figure formée par l'ensemble d'un point m et d'un paramètre binaire μ.

2. Représentation des suites de points dans un espace E_5.

Interprétons les six coordonnées homogènes d'une suite de points comme coordonnées d'un point d'un espace projectif E_5 à 5 dimensions. A chaque point de cet espace correspondra une suite de points et réciproquement. *Les suites de points singulières auront comme images les points d'une variété* V_3 *à trois dimensions* dont la représentation paramétrique est immédiate:

$$m_1 \cdot \mu_1 : m_2 \cdot \mu_1 : m_3 \cdot \mu_1 : m_1 \cdot \mu_2 : m_2 \cdot \mu_2 : m_3 \cdot \mu_2\ , \tag{11}$$

[1] L'accentuation est nécessaire pour éviter la confusion des deux séries de symboles correspondants.

[2] Le point servira toujours pour séparer des expressions symboliques ayant par elles-mêmes une signification réelle.

les coordonnées m_i et μ_i prenant indépendant l'une de l'autre toutes les valeurs possibles. Cette représentation montre que la variété v_3 entre dans la classe des variétés étudiées par C. SEGRE[1]. En effet: laissant varier seuls les μ_i on obtient ∞^2 droites génératrices de la variété (chacune desquelles correspondant à un point m), de même, lorsqu'on fait varier seuls les m_i on obtient ∞^1 plans générateurs (chacun correspondant à un paramètre binaire μ).

La variété v_3 est donc le lieu de toutes les droites joignant les points homologues de deux plans en E_5 se correspondant par homologie et, en même temps le lieu de tous les plans joignant les points homologues de trois droites en E_5 se correspondant par homologie.

Les droites, les plans, les espaces E_3 et E_4 de l'espace E_5 sont les images des systèmes linéaires de suites de points qui seront étudiés dans les numéros suivants.

3. — Faisceaux de suites de points.

Soient:

$$(um_1)(\mu_1\tau) = 0 , \qquad (um_2)(\mu_2\tau) = 0 \tag{12}$$

deux suites de points différentes régulières. Elles sont sur deux droites v_1 et v_2 liées par homologie: A chaque paramètre τ correspond un point de l'une et un point de l'autre. Joignons les paires de points correspondants. Les droites résultantes engendreront une courbe de deuxième classe:

$$(um_1)(\mu_1\mu_2)(m_2u) = 0 \tag{13}$$

qui sera une conique non dégénérée, si les deux suites de points ne sont pas perspectives, condition qui s'exprime analytiquement par l'inégalité:

$$(v_1m_2)(\mu_2\mu_1)(m_1v_2) \neq 0 . \tag{14}$$

---

[1] C. SEGRE, Sulle varietà che rappresentano le coppie di punti di due piani o spazi. *Rend. Circ. Palermo*, 5 (1891). — C. SEGRE, Sulle varietà normali à tre dimensioni. *Torino Atti*, 21. — K. ZINDLER, Synthetische Gewinnung geometrischer linearer Mannigfaltigkeiten beliebiger Dimension. *Journal de Crelle*, 111, p. 303.