Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Band: 29 (1930)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE.

Artikel: SUR LES SYSTÈMES LINÉAIRES DE SUITES DE POINTS EN GÉOMÉTRIE PLANE PROJECTIVE

Kapitel: 4. — Position involutive d'une suite de points et d'une suite de droites.

Autor: Weiss, E. A.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-23253

l'autre. Le centre perspectif est un point m et le point d'intersection commun à toutes les suites a sur toutes ces suites le même paramètre μ. La suite singulière du faisceau est formée par l'ensemble du point m et du paramètre μ.

III. *Faisceau contenant deux suites singulières.*

$(um_1).(\mu_1 \tau) = 0$ et $(um_2).(\mu_2 \tau) = 0$ étant les suites singulières du faisceau, les suites régulières de celui-ci sont celles qui contiennent les points m_1 et m_2 et leur donnent les paramètres μ_2 et μ_1.

IV. *Faisceau formé d'une infinité de suites singulières.*

a) Un point m associé à tous les paramètres binaires.

b) Un paramètre μ associé à tous les points d'une droite.

4. — Position involutive d'une suite de points et d'une suite de droites.

Avant de commencer l'étude des réseaux de suites de points il est préférable d'établir la correspondance qui, par la loi de dualité, subsiste entre suites de points et suites de droites. Nous écrirons l'équation d'une *suite de droites* (du premier ordre) sous la forme:

$$(nx)(r\sigma) = 0 \tag{18}$$

et nous appelerons *suite de droites singulière* la figure qui s'obtient en annulant une forme décomposée, c'est-à-dire l'ensemble d'une droite n et d'un paramètre binaire r.

Etant donné une suite de points (6) et une suite de droites (18), ces deux figures définissent une homographie binaire:

$$(mn)(\mu\tau)(r\sigma) = 0 \; , \tag{19}$$

deux paramètres τ et σ se correspondant, si le point τ est sur la droite σ. La condition nécessaire et suffisante pour que cette homographie soit involutive est:

$$(mn)(\mu r) = 0 \; . \tag{20}$$

Aussi nous dirons que *la suite de points et la suite de droites sont en involution* [1], si l'équation (20) est vérifiée.

Signalons trois cas spéciaux. Lorsque les deux suites sont régulières et le point de la suite (18) est sur la droite de la suite (6) l'interprétation géométrique de l'équation (20) consiste en ce que le paramètre τ de ce point coïncide avec le paramètre σ de cette droite.

Lorsque (18) est régulière, les suites de points (6) singulières qui se trouvent en involution avec elle sont ceux dont le point est sur la droite de (18) correspondant à leur paramètre.

Si enfin deux suites singulières sont en involution ou leurs paramètres binaires sont identiques ou la droite de la première passe par le point de la deuxième.

5. — Systèmes ∞^4 de suites de points.

La notion d'involution établie, remarquons que chaque équation linéaire en coordonnées $m_i \mu_k$ de suites de points peut s'écrire sous la forme (20), les $n_i r_k$ étant les coefficients fixes de l'équation. Or, une telle équation donne, dans l'espace représentatif E_5 des suites de points, un E_4. *Chaque système* ∞^4 *de suites de points est donc formé par l'ensemble de toutes les suites de points en involution avec une suite de droites fixe.*

Il y a donc deux espèces de systèmes ∞^4: une correspondant aux suites de droites régulières et l'autre aux suites de droites singulières.

Considérons d'abord la dernière, caractérisée par une droite fixe n associée à un paramètre binaire r. La remarque faite à la fin du numéro précédent montre que les suites de points singulières contenues dans le système ∞^4 sont et les points du plan doués tous de ce même paramètre r et les points de la droite n doués d'un paramètre quelconque. Or ces deux systèmes ∞^2 de suites de points singulières donnent, dans l'espace représentatif E_5: un plan générateur de φ_3 (correspondant au paramètre r)

[1] Cette notion a été introduite par W. Stahl, *Journal de Crelle*, 107, p. 179.