5. — Systèmes ∞^4 de suites de points.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **29 (1930)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE.**

Aussi nous dirons que *la suite de points et la suite de droites sont en involution* [1], si l'équation (20) est vérifiée.

Signalons trois cas spéciaux. Lorsque les deux suites sont régulières et le point de la suite (18) est sur la droite de la suite (6) l'interprétation géométrique de l'équation (20) consiste en ce que le paramètre τ de ce point coïncide avec le paramètre σ de cette droite.

Lorsque (18) est régulière, les suites de points (6) singulières qui se trouvent en involution avec elle sont ceux dont le point est sur la droite de (18) correspondant à leur paramètre.

Si enfin deux suites singulières sont en involution ou leurs paramètres binaires sont identiques ou la droite de la première passe par le point de la deuxième.

5. — Systèmes ∞^4 de suites de points.

La notion d'involution établie, remarquons que chaque équation linéaire en coordonnées $m_i \mu_k$ de suites de points peut s'écrire sous la forme (20), les $n_i r_k$ étant les coefficients fixes de l'équation. Or, une telle équation donne, dans l'espace représentatif E_5 des suites de points, un E_4. *Chaque système ∞^4 de suites de points est donc formé par l'ensemble de toutes les suites de points en involution avec une suite de droites fixe.*

Il y a donc deux espèces de systèmes ∞^4: une correspondant aux suites de droites régulières et l'autre aux suites de droites singulières.

Considérons d'abord la dernière, caractérisée par une droite fixe n associée à un paramètre binaire r. La remarque faite à la fin du numéro précédent montre que les suites de points singulières contenues dans le système ∞^4 sont et les points du plan doués tous de ce même paramètre r et les points de la droite n doués d'un paramètre quelconque. Or ces deux systèmes ∞^2 de suites de points singulières donnent, dans l'espace représentatif E_5: un plan générateur de φ_3 (correspondant au paramètre r)

[1] Cette notion a été introduite par W. Stahl, *Journal de Crelle*, 107, p. 179.

contenant une droite distinguée (image de la droite n), et les droites génératrices de v_3 émanantes de cette droite distinguée.

Remarquons que la variété v_3 comme lieu de plans en E_5 se correspondant à elle-même par dualité, aux ∞^3 points de la variété (dont chacun est sur un plan générateur) correspondent ∞^3 E_4 (dont chacun contient un plan générateur). Ce sont précisément les E_4 dont nous venons de parler.

Considérons ensuite un système ∞^4 défini par une suite de droites N régulière. Les suites de points singulières du système sont celles dont les points sont sur les droites correspondant à leurs paramètres (voir la fin du numéro précédent). Ces suites singulières se trouvent assemblées en faisceaux, à savoir ∞^1 faisceaux du type IV *b*, chacun formé par les points d'une droite de N associé au paramètre de cette droite et un faisceau du type IV *a*, formé par le point de N associé à tous les paramètres binaires.

Dans l'E_4, image de N, la variété représentative de ces suites singulières est donc une surface réglée possédant ∞^1 droites génératrices, images des faisceaux du type IV *b* et une droite directrice, image du faisceau du type IV *a*. Cette surface étant l'intersection de E_4 et de la variété v_3 du troisième ordre (voir le numéro suivant) est elle-même du troisième ordre. Il s'agit donc d'une *surface normale réglée du troisième ordre en* E_4 et sa directrice est celle découverte par VERONESE.

6. — SYSTÈMES ∞^3 DE SUITES DE POINTS.

La remarque du numéro précédent nous permet de définir chaque système linéaire par un nombre d'équations. Ainsi un système ∞^3 de suites de points pourra être défini comme système de toutes les suites de points qui sont en même temps en involution avec deux suites de droites différentes, c'est-à-dire avec le faisceau défini par ces deux suites.

Dans le cas général ces deux suites sont régulières, ont leurs centres différents et ne sont pas perspectives. Elles engendrent donc une conique non dégénérée, lieu de points, et douée d'une représentation paramétrique [voir le numéro 3 (15)]. Les suites