Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 29 (1930)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE.

Buchbesprechung: Pierre Humbert et Gaston Julia. — Oeuvres de G. Humbert. — Tome I, préfacé par Paul Painlevé. Un volume in-4° carré de x-556 pages. Prix: 150 francs. Gauthier-Villars et Cie. Paris, 1929.

Autor: Buhl, A.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 16.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

analitica e quantistica, 3. — MINETTI: Teoria delle funzioni, 3. — PERNA: Equazioni algebriche, 3. — SEGRE: Integrali abeliani, 3. — VOLTERRA: Termodinamica, 3.

Torino; *Università.* — BOGGIO: Potenziale. Spazi curvi, 3. — FANO: Geometria non euclidea, 3. — FUBINI: Funzioni analitiche con particolare riguardo alle funzioni fuchsiane e ipergeometriche. Teoria delle serie normali di funzioni analitiche e sue applicazioni, 3. — PEANO: Fondamenti della matematica; esame critico, 3. — SOMIGLIANA: Teoria generale delle vibrazioni; applicazione all' acustica ed all' ottica. Moderne teorie ondulatorie, 3.

BIBLIOGRAPHIE

Pierre HUMBERT et Gaston JULIA. — **Oeuvres de G. Humbert.** — Tome I, préfacé par Paul PAINLEVÉ. Un volume in-4° carré de x-556 pages. Prix: 150 francs. Gauthier-Villars et Cie. Paris, 1929.

Ces Œuvres d'un géomètre aussi sympathique que prématurément disparu commencent aujourd'hui à être publiées avec un remarquable à propos. Elles contiennent nombre d'aperçus géométriques qui peuvent être fondés sur des transformations intégrales analogues à celles d'où l'on peut faire sortir les développements de la Physique théorique. Georges Humbert précurseur de cette Physique ! Ce ne serait pas plus extraordinaire que de voir les matrices de Charles Hermite s'introduire dans les théories quantiques.

Ce tome premier, après quelques lignes d'avertissement et la préface de M. Painlevé, commence par une liste de Mémoires et par une Notice sur Travaux que G. Humbert rédigea lui-même lors de sa candidature au Collège de France. Le volume contient ensuite les Mémoires ci-après:

1. Sur les courbes du genre un. — 2. Application de la théorie des fonctions fuchsiennes à l'étude des courbes algébriques. — 3. Sur quelques propriétés des aires sphériques. — 4. Sur le théorème d'Abel et quelques-unes de ses applications géométriques. — 5. Sur les courbes cycliques de direction. — 6. Sur les courbes algébriques planes rectifiables. — 7. Sur une interprétation géométrique de l'équation modulaire pour la transformation du troisième ordre. — 8. Sur les polygones de Poncelet. — 9. Sur le théorème d'Abel et quelques-unes de ses applications à la géométrie. — 10. Expression de quelques aires sur le paraboloïde elliptique. — 11. Quelques propriétés des arcs des courbes algébriques planes ou gauches. — 12. Sur les arcs de courbes planes.

En 1, Thèse de Doctorat, on aperçoit déjà les caractéristiques d'esprit de l'auteur. Recherche de résultats spécialement élégants dans le domaine ardu des fonctions Θ qu'on n'utilise, par exemple, que par leur somme. Utilisation, dans le même ordre d'idées, des fonctions Θ pour l'étude

géométrique des quartiques, des cycliques homofocales, etc. Les inspirateurs étaient alors Clebsch et Darboux, ce dernier par son ouvrage *Sur une classe remarquable de courbes et de surfaces algébriques*.

En 2 l'inspiration vient de Poincaré. Ce dernier ayant montré qu'une courbe algébrique d'ordre n est paramétriquement représentable au moyen des fonctions fuchsiennes, Georges Humbert emploie ce mode de représentation pour rechercher comment les résultats, qu'il a déjà obtenus pour les courbes de genre un, peuvent être étendus aux courbes algébriques quelconques.

En 3, il semble, au premier abord, qu'il ne s'agisse que d'un problème très particulier. Un cône OC, de sommet O et de directrice C transperce une sphère S sur laquelle sont ainsi déterminés deux cloisons, intérieures au cône, d'aires respectives $\sigma_2 > \sigma_1$. On se propose d'étudier la différence $\sigma_2 - \sigma_1$ tout comme la différence d'arcs analogue dans le cas du cercle et d'un angle alors mesuré par la moitié de cette différence d'arcs. Au fond des choses il y a là une aire $\sigma_2 - \sigma_1$ exprimable par une intégrale de ligne attachée au contour C qui, évidemment, est complètement indépendant de S. C'est une manière de procéder que nous retrouverons dans la suite, notamment en 9; la méthode consiste à associer des intégrales par combinaisons abéliennes et, de plus, dans les cas spatiaux, par des recours *implicites* à la formule de Stokes qui, remplaçant des intégrales de surfaces par des intégrales de contours, joue un rôle simplificateur perfectionnant celui de la combinaison abélienne. Nous soulignons le mot *implicites* car G. Humbert ne parle pas de formules stokiennes qui, il y a un demi-siècle, n'étaient guère explicitées. Mais il n'en est que plus intéressant de remarquer le rôle latent de ces formules qui auraient pu apparaître aussi bien en Géométrie qu'en Mécanique ou en Physique.

Remarques analogues en 4 et 5. Nouvel emploi des fonctions fuchsiennes pour effectuer des combinaisons abéliennes sur faisceaux algébriques. Intervention des courbes de direction et particulièrement de celles qui sont cycliques; leurs arcs se prêtent alors à des évaluations circulaires.

En 6 réapparaissent les courbes de direction, leurs développées, les caustiques, les familles épicycloïdales; les courbes à arc s tel que $F(x, y, s) = 0$, avec F algébrique, forment des catégories plutôt limitées mais riches en propriétés géométriques.

En 7 et 8 élégantes applications de la transformation d'une intégrale elliptique.

En 9 il faut revenir sur ce qui a été déjà dit à propos de 3. Le Mémoire se termine par la délicate question des aires ellipsoïdales dans leurs rapports avec les évaluations algébrico-logarithmiques; le théorème de Graves et de Chasles se révèle aussi harmonieux sur la quadrique que sur la conique. Il est montré, en 10, que certains de ces résultats dégénèrent d'une manière élémentaire remarquable quand on passe de l'ellipsoïde au paraboloïde.

En 11 il s'agit de l'arc d'une courbe algébrique plane ou gauche qui, sauf sur les courbes de direction, n'est pas une intégrale abélienne attachée à la courbe; on peut toutefois étudier des intersections par des surfaces telles que le radical du cas précédent s'élimine en de certaines combinaisons abéliennes. Alors il y aura, sur la courbe, des associations d'arcs qui seront des associations rectifiables.

En 12 nous revenons au théorème de Graves et Chasles étendu avec une simplicité inattendue à une courbe algébrique quelconque. Admirable

volume de propriétés géométriques, surtout intégrales, qui ne sont jamais *calculées* sans être *vues* de manière extrêmement ingénieuse.

A. BUHL (Toulouse).

Paul TANNERY. — **Pour l'Histoire de la Science Hellène.** Deuxième édition publiée par A. DIÈS avec une préface de Federigo ENRIQUES et un portrait de P. Tannery. — Un volume gr. in-8° de XXII-436 pages. Prix: 80 francs. Gauthier-Villars et Cie. Paris, 1930.

La première édition de cette œuvre admirable fut publiée en 1887. La seconde, grâce à M. A. Diès, Professeur à la Faculté libre des Lettres d'Angers, renouvelle aujourd'hui le « miracle grec ». Tout est à louer dans un tel livre, à commencer par la modestie du titre. Paul Tannery n'a pas voulu faire, d'autorité, l'Histoire de la Science grecque; il prétend seulement y contribuer, la préparer par une méthode documentaire. Mais l'intelligence de ses recherches et de son analyse est telle que le plan est devenu monument, que l'esquisse est devenue la plus magnifique des peintures. Nous sommes, de plus, à une époque où la Philosophie et la Science s'unissent de la manière la plus harmonieuse et, semble-t-il, sans arrière-pensée. L'antagonisme qui règne entre elles, avec des alternatives de réconciliations et de ruptures aboutira-t-il, en fin de compte, à un divorce ou à un accord qui serait d'une importance capitale pour l'humanité ? Telle est la question que M. F. Enriques pose dans sa préface. Tout plaide, en ce moment, pour l'accord. C'est ainsi que nous avons vu, tout récemment, M. Léon Lichtenstein, à propos d'hydromécanique [1], dire son enthousiasme pour M. Emile Meyerson. M. Henri Villat, délicat helléniste et d'autant meilleur géomètre, place ses *Leçons sur l'Hydrodynamique*, analysées plus loin, sous une épigraphe qui nous rappelle précisément quel rôle immense jouait l'eau dans la cosmologie grecque. *Ἄριστον μὲν ὕδωρ.* Et les rapprochements que nous trouvons, si aisément, à côté du présent article, peuvent, à l'heure actuelle et fort heureusement, s'observer partout. Nous viendrons, tout à l'heure, à un magnifique discours historique et philosophique prononcé récemment par M. Emile Picard.

La Préface de M. Enriques est particulièrement heureuse. Elle s'élève encore contre tant de reconstructions qui, ne sachant pas se placer au-dessus des données brutes des sources, présentent les idées des Grecs sous une forme bizarre, de sorte que leur Science apparaît quelquefois comme un mélange incompréhensible de paradoxes et de non-sens.

Il faut, en effet, savoir reconnaître, dans les analogies d'apparence naïve, dans des constructions astronomiques faites d'après des identités arithmétiques, des germes de concepts et de symboles qui sont, aujourd'hui, à la base des théories électromagnétiques [2] et de la Gravifique d'Einstein. Présentement ce dernier est le parfait continuateur de l'esprit hellène.

Le livre de Paul Tannery, comme l'indique un sous-titre, va de Thalès à Empédocle. Il débute cependant par une Introduction sur les quatre âges de la Science antique et fait une part intéressante aux « doxographes »

---

[1] *L'Enseignement mathématique*, T. XXVIII, 1929, p. 333.

[2] P. BARBARIN et A. BUHL. *La Géométrie non-euclidienne.* Troisième édition. Collection *Scientia*, n° 15. Gauthier-Villars et Cie. Paris, 1928, p. 141.