

**Maurice Janet. — Leçons sur les Systèmes d'équations aux dérivées partielles (Cahiers scientifiques publiés sous la direction de M. Gaston Julia; fasc. IV). — Un volume gr. in-8° de viii-126 pages. Prix: 30 francs. Gauthier-Villars et Cie. Paris, 1929.**

Autor(en): **Buhl, A.**

Objektyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **29 (1930)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE.**

PDF erstellt am: **12.07.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

transformations linéaires et aux déterminants et le Calcul différentiel absolu, préface de la Gravifique, peut être aisément considéré comme un prolongement de la théorie des déterminants.

Dans ces conditions, commencer comme Heisenberg, c'est venir aux mécaniques nouvelles comme on vient d'ordinaire à la Gravifique; c'est, en outre, beaucoup moins compliqué. L'auteur passe ensuite aux théories de Louis de Broglie et de Schrödinger et notamment aux perturbations quantiques. Tout ceci, en une centaine de pages, forme une première partie de l'exposé.

Dans une seconde partie, particulièrement originale, il s'agit d'accorder ce qui précède avec les conceptions relativistes et statistiques; c'est facile car, encore une fois, tout sort des mêmes principes, des mêmes identités fondamentales de Calcul intégral.

En prenant les choses à un stade plus développé, la Relativité dite restreinte est celle de la transformation de Lorentz qui change, en elle-même, l'équation dalembertienne de la propagation ondulatoire; dès lors si cette relativité peut se généraliser, l'équation dalembertienne doit suivre. Et elle suit avec une plasticité vraiment remarquable.

Ici M. Julien Pacotte passe en revue des conceptions particulièrement subtiles, dont certaines étaient presque oubliées mais peuvent, de nouveau, s'imposer à l'attention, justement parce qu'elles ont des correspondances en Mécanique ondulatoire. Tel est l'espace de Weyl avec son étalonnage si curieusement variable, tel est encore l'espace à cinq dimensions de Kaluza; les correspondances indiquées se ramènent surtout à des substitutions d'opérateurs. L'idée, au point de vue analytique, remonte loin et est l'une des plus profondes qui soient. Les formules stokiennes prennent naissance quand, dans un déterminant ordinaire, on remplace une rangée d'éléments par une rangée d'opérateurs de dérivation. Et, au fond, c'est cela qui fait que le courant électrique, lui-même, et les phénomènes électroniques, en général, relèvent naturellement des mécaniques nouvelles. Les ondes de Louis de Broglie prennent corps et se substituent, dans la théorie du champ électromagnétique, au courant électrique (p. 112). Entre ondes de L. de Broglie et équations de Maxwell convenablement généralisées, il y a maintenant possibilité d'existence pour des relations analogues à celles qui permirent les premières théories électromagnétiques de la lumière. Quelle audace c'était alors! Que d'incompréhensions accablèrent Maxwell! Que de chemin parcouru depuis!

M. Pacotte termine son exposition, si adroitement condensée, en situant la Mécanique quantique et ses origines statistiques dans l'espace fonctionnel de Hilbert. Dans cet espace les transformations canoniques prennent des physionomies géométriques simples; ce sont des affinités, des rotations, ..., si bien que, là encore, dans les premiers principes d'une géométrie suffisamment générale, on trouve les fondements d'une prodigieuse synthèse physique.

A. BUHL (Toulouse).

Maurice JANET. — **Leçons sur les Systèmes d'équations aux dérivées partielles** (Cahiers scientifiques publiés sous la direction de M. Gaston Julia; fasc. IV). — Un volume gr. in-8° de VIII-126 pages. Prix: 30 francs. Gauthier-Villars et C<sup>ie</sup>. Paris, 1929.

Après avoir publié le fascicule XXI du *Mémorial des Sciences mathéma-*

tiques, M. Maurice Janet revient à un sujet où il excelle, cette nouvelle publication étant d'ailleurs la reproduction de Leçons professées, en 1926, à l'Université de Cracovie. Ce qui est en jeu, c'est essentiellement l'intégration *logique* des équations ou systèmes d'équations aux dérivées partielles par opposition avec les problèmes que pose la Physique mathématique, problèmes en lesquels il faut intégrer en satisfaisant à des conditions aux limites qui sont souvent loin de mettre en évidence la généralité de la solution cependant jugée satisfaisante.

Cette intégration logique remonte à Méray et à Riquier qui lui a consacré, en 1910, un gros volume analysé dans *L'Enseignement mathématique* (T. XII, 1910, p. 258). M. J. Drach est également à ranger parmi les intégrateurs logiciens et l'on s'aperçoit maintenant, de par les progrès des méthodes à la Méray-Riquier et des méthodes dues à M. Elie Cartan, que ces procédés tendent à se rejoindre, ce qui, sans aucun doute, démontre leur valeur.

Néanmoins, nous sommes encore là dans un domaine mathématique non encombré et où M. Maurice Janet peut évoluer à l'aise en montrant qu'il ne faut pas trouver le terrain trop aride. C'est d'abord une question de symbolisme exposée ici dans un chapitre sur le Calcul inverse de la dérivation; on étudie les compatibilités d'un système formé de dérivées, d'ordre quelconque, égales à des fonctions données des variables, au moyen d'un calcul de monomes symboliques. La notion des *caractéristiques* est un autre concept fondamental attaché aux possibilités d'intégration des systèmes; elle peut précéder les systèmes eux-mêmes. Mais ici, il n'y a nullement lieu de séparer le point de vue logique du point de vue physique, la théorie des ondes les réunissant tous deux de la manière la plus étroite.

La théorie algébrique des *modules* de formes offre encore une manière de symbolisme permettant d'aborder la question du degré de généralité de la solution d'un système d'équations aux dérivées partielles. Il y a, en tout cas, des systèmes de formes algébriquement en involution, auxquels correspondent des systèmes différentiels, qualifiés de même, qui coïncident avec ceux construits et étudiés par M. E. Cartan au moyen des formes de Pfaff.

Vraiment tout cela est difficile et même angoissant à exprimer en quelques lignes de langage ordinaire. La description par « survol » est ici à peu près impossible. La comparaison avec les formes de Pfaff *qui ont leur algèbre*, tout en étant des formes différentielles (à moins qu'on ne les qualifie de formes intégrales puisqu'elles sont faites pour être introduites sous des intégrales multiples) me semble encore ce qui conduit le plus facilement à penser qu'il pourrait bien y avoir quelque méthode d'aspect algébrique pour juger, tout au moins, des conditions de possibilité des systèmes différentiels.

Telle est la question, ou l'une des faces de la question, que discute M. Maurice Janet dans son savant exposé. Toutefois, l'impression d'abstraction ne doit pas être exagérée, car le livre se termine par une quinzaine d'exercices très abordables. Il me semble même qu'on pourrait en résoudre quelques-uns par des méthodes improvisées; raison de plus pour penser que les développements d'abord établis sont propres à codifier systématiquement nombre de résultats entre lesquels on n'avait, jusqu'ici, que des liens insuffisants.