

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Band: 29 (1930)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE.

Buchbesprechung: S. Lefschetz. — Géométrie sur les Surfaces et les Variétés algébriques. (Mémorial des Sciences mathématiques dirigé par Henri Villat; fasc. XL.) —Un fascicule gr. in-8° de 66 pages. Prix: 15 francs. Gauthier-Villars & Cie, Paris. 1929.

Autor: Buhl, A.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 19.11.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

envisagée, il est facile de le voir, tant comme instrument de calcul que comme instrument de représentation.

D'où des substitutions de séries tayloriennes en d'autres, en vue de résultats qui doivent aussi être tayloriens. D'où aussi la représentation approchée par polynômes et celle des polynômes par d'autres de degré moindre, ceci généralisant le théorème des accroissements finis; les méthodes graphiques de résolution des équations, avec étude de l'approximation numérique, suivent naturellement. Il est à peine besoin de dire qu'on a maintenant le bénéfice de l'exponentielle complexe et que celle-ci devient un nouvel instrument pour les transformations tayloriennes. Viennent ensuite les généralisations, à opérateurs aux dérivées partielles, pour le cas de plusieurs variables, et l'application immédiate, à la théorie des erreurs, de la notion de différentielle totale.

Les considérations géométriques ne vont point non plus sans remarquables originalités. Elles sont d'abord vectorielles et accompagnées, de ce fait, de nombreuses symétries *aboutissant* à celles des déterminants.

Les courbes et les surfaces du second ordre sont immédiatement rapprochées. Il y a de nombreuses et élégantes figures représentant les diverses quadriques réglées et la disposition de leurs génératrices.

La méthode vectorielle revient avec la géométrie infinitésimale, d'où l'introduction immédiate de la dérivée vectorielle. Les généralités sont relatives aux courbes gauches; ces généralités sont ensuite restreintes aux courbes planes, méthode qui a bien son intérêt en montrant, par exemple, ce qui subsiste alors des formules de Frenet et des notions générales de courbure et de contact. Et si ceci n'incite pas à un développement exagéré de la théorie des courbes planes, reconnaissons cependant que l'auteur a envisagé nombre de celles-ci tant au point de vue de la construction qu'à celui de l'enchaînement des propriétés.

Les surfaces sont traitées jusqu'aux théorèmes de Meusnier et d'Euler; elles illustrent les questions de maximum ou de minimum pour les fonctions de deux variables.

Attendons avec confiance le tome second qui doit compléter l'ouvrage; nul doute que celui-ci n'ait l'influence la plus heureuse sur les jeunes esprits avides d'appuyer leurs connaissances sur des bases mathématiques solides, commodes et modernes.

A. BUHL (Toulouse).

S. LEFSCHETZ. — **Géométrie sur les Surfaces et les Variétés algébriques.** (Mémorial des Sciences mathématiques dirigé par Henri Villat; fasc. XL.) — Un fascicule gr. in-8° de 66 pages. Prix: 15 francs. Gauthier-Villars & C^{ie}, Paris. 1929.

M. S. Lefschetz est ici dans un domaine où chacun reconnaît en lui un brillant spécialiste ainsi qu'un fervent disciple de M. Emile Picard. Nous lui devons, d'ailleurs, dans le même ordre d'idées, un ouvrage aussi didactique que possible sur *L'Analysis Situs et la Géométrie algébrique*, ouvrage publié dans la Collection de Monographies dirigé par M. Emile Borel et dont *L'Enseignement Mathématique* a déjà rendu compte (T. XXIII, 1923, p. 337).

En parcourant le fascicule aujourd'hui publié on a l'impression que les questions en litige ont fait, assez récemment, de grands progrès, ce qui ne

les empêche pas, à coup sûr, de receler toujours d'immenses difficultés. Mais l'allure moderne de la Théorie des Fonctions se reconnaît partout, la formule exacte perd du terrain au bénéfice des considérations topologiques. M. Emile Picard s'est habilement tenu sur les deux terrains. Henri Poincaré, dont cependant les recherches d'Analysis Situs sont célèbres, a vaillamment défendu la formule intégrale et notamment de profonds théorèmes abéliens. Les pages que M. Lefschetz consacre à ceux-ci sont vraiment remarquables. Mais une intégrale ne va pas sans champ, sans variété d'intégration, sans singularités qui sont aussi de la nature de variétés ou de sous-variétés et l'on revient fatalement à la géométrie topologique. Un signe des temps est l'introduction *explicite*, dans ces questions, du Calcul tensoriel. Nous soulignons *explicite* car l'usage implicite dudit calcul date d'époques où il ne formait pas encore un véritable corps de doctrine.

Les premières recherches de Poincaré ont fait concevoir des formules stokiennes dans l'hyperespace; les classifications de M. Picard, en ce qui concerne notamment les intégrales doubles de seconde espèce, reviennent surtout à repérer les intégrales de surfaces algébriques qui se ramènent à des intégrales de ligne conformément à une formule de Stokes à variables algébriques. Il est clair qu'aller vers les extensions de telles formules c'est aller au Calcul tensoriel. On peut même ajouter que les cas non singuliers, sont ceux des transformations d'intégrales multiples conduisant à la Physique théorique à forme gravifique. Avec des singularités, on voit apparaître une résiduation d'ordre supérieur, des discontinuités, des entiers spéciaux, ...; la théorie devient *quantique*.

Ne cherchons pas toutefois à dépasser la pensée, déjà si élevée, de l'auteur de ce brillant fascicule. Il s'agit de géométrie *algébrique* et, rien que dans le domaine algébrique, les recherches nouvelles, à poursuivre et qui nous sont indiquées par M. Lefschetz, sont de nature à passionner les plus puissants esprits. Les nombres de Betti, les congruences sur les V_3 , le groupe d'homotopie de Poincaré, les variétés uniformisables par fonctions automorphes ou analogues, les intégrales multiples sans périodes, ..., sont des exemples de sujets ardu rendus cependant beaucoup plus abordables par le présent et élégant exposé.

A. BUHL (Toulouse).

A. SAINTE-LAGUË. — **Géométrie de Situation et Jeux.** (Mémorial des Sciences mathématiques dirigé par Henri Villat; fasc. XLI.) — Un fascicule gr. in-8° de 75 pages. Prix: 15. fr. Gauthier-Villars & C^{te}, Paris. 1929.

Ceci paraît être une suite obligée du fascicule 18 déjà publié, dans le « Mémorial », par M. Sainte Laguë sur *Les Réseaux (ou Graphes)*. Cependant celui d'aujourd'hui peut être étudié indépendamment du précédent. Ici la Géométrie de situation confine aux jeux. Est-ce à dire que nous pouvons aller, en jouant, de l'un à l'autre des nouveaux exposés, dus à M. S. Lefschetz et à M. E. Cartan, exposés qui encadrent celui-ci sans, peut-être, que cette disposition soit due au hasard? Je n'oserais l'affirmer. Il faut sans doute conclure, plus sérieusement, à la très grande plasticité de l'Analysis situs, à son rôle ordonnateur, de plus en plus imposé, et à un indéniable intérêt qui permet à cette discipline de fournir des jeux qui, s'ils peuvent parfois servir de délassément, n'en ont pas moins, le plus souvent, des théories fort compliquées. De nombreux et illustres mathématiciens ont attaché