

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Band: 30 (1931)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: Henri Galbrun. — Propagation d'une onde sonore dans l'Atmosphère et Théorie des Zones de silence. — Un volume gr. in-8° de x-352 pages et 68 figures. Prix: 70 francs. Gauthier-Villars & Cie, Paris. 1931.

Autor: Buhl, A.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 15.10.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

quelconques. Ainsi les formules combinatoires pourvues de factorielles sont généralement représentées, au delà d'un nombre d'épreuves assez grand, avec des simplifications dues à la formule de Stirling d'où, facilement, l'équation de Laplace avec son exponentielle en $-x^2$. On introduit ainsi des courbes en cloche, avec l'aspect symétrique bien connu, présentant malheureusement cette symétrie sans accord suffisant avec la structure de la statistique initiale. Il faut revenir aux factorielles jugées longtemps indésirables, dans les calculs pratiques, mais maintenant susceptibles d'être introduites grâce aux tables publiées, en 1927, par M. F.-J. Duarte et dont nous avons parlé, ici-même, avec d'autant plus d'empressement qu'elles furent excellemment typographiées, à Genève, par la maison Kündig, c'est-à-dire par l'imprimerie de *L'Enseignement mathématique*.

M. de Montessus définit soigneusement les différentes sortes de probabilités. Il y joint la probabilité *renforcée* qui paraît ainsi nommée par ce qu'elle est relative à une *association* de symptômes et cependant nous montre que les combinaisons de ces diverses probabilités peuvent encore être déjouées par certaines statistiques, telles les statistiques matrimoniales.

La *fonction de probabilité simple* ou *fonction binomiale* apparaît bientôt avec ses trois factorielles. C'est à cette notion que correspond la courbe en cloche dissymétrique mais réelle. La formule de Stirling et toute l'analyse laplacienne ne sont nullement délaissées. L'auteur les manie aussi habilement que n'importe quel probabiliste et peut alors les critiquer, dans leurs effets, quant à la représentation de la fonction binomiale et la détermination de son ordonnée maximum qui est *la mode*.

Certaines *formules de sommation*, finies, prouvent qu'on avait tort d'abandonner la même fonction binomiale, pour des représentations approchées, alors qu'il était parfaitement possible de faire jouer des combinaisons additives purement algébriques. On a laissé l'honneur de montrer cela à M. de Montessus et M. D. Mirimanoff a réattiré l'attention sur le procédé (*L'Ens. mathématique*, t. XXVII. 1928, p. 144).

Il y a des remarques analogues à faire sur les *moyennes* qui sont des ordonnées, comme la mode, et sur la *médiane* qui est une abscisse.

Le volume, au delà de ces considérations théoriques, comporte des applications et des exemples statistiques fort riches empruntés à la météorologie, à l'astronomie, aux phénomènes biologiques. Tous apparaissent comme beaucoup mieux traités par les méthodes originales de l'auteur que par la continuité intégrale qui, à coup sûr, n'est pas totalement détrônée, mais qui n'apparaît plus comme l'instrument idéal du Calcul des probabilités. Grâce à M. de Montessus, cette dernière science, dans ses rapports avec les théories statistiques, vient incontestablement de faire un grand pas.

Les Universités de Lemberg, Budapest, Vienne, Genève, la Société mathématique polonaise (Varsovie et Cracovie), l'Institut des Hautes Etudes de Belgique (Bruxelles) ayant également invité M. de Montessus à venir exposer verbalement ces nouveaux aspects de la science probabilitaire et statistique, il semble bien que, de toutes parts, leur portée apparaisse comme considérable.

A. BUHL (Toulouse).

Henri GALBRUN. — **Propagation d'une onde sonore dans l'Atmosphère et Théorie des Zones de silence.** — Un volume gr. in-8° de x-352 pages et 68 figures. Prix: 70 francs. Gauthier-Villars & C^{ie}, Paris. 1931.

Nouvelle publication faite sous les auspices de l'Institut de Mécanique

des Fluides de l'Université de Paris (Fondation du Ministère de l'Air). Ce qui est également remarquable, c'est la personnalité de M. Henri Galbrun, bien connu comme actuaire, comme auteur de divers ouvrages de Science financière et qui cependant a écrit une Introduction à la Théorie de la Relativité. Les qualités de ce dernier travail se retrouvent maintenant dans l'étude des ondes sonores, étude dans laquelle on observe, à un haut degré, le jeu d'hypothèses analytiques simples et de formules, à symétries parfaites, inspirées du Calcul différentiel absolu.

L'origine des présentes recherches peut être rapportée à un travail, de M. Esclangon, sur *L'acoustique des canons et des projectiles*, né de la dernière guerre et où l'on étudie l'onde balistique provenant de la trajectoire de projectiles à vitesse supérieure à celle du son. Ceci ne va pas sans généralisations spéciales de certains chapitres de la théorie des ondes dans leurs rapports avec le Principe d'Huyghens, qui peut ne faire intervenir que des dérivées partielles du premier ordre, et avec les considérations beaucoup plus profondes de Riemann, Hugoniot et de M. J. Hadamard développées à partir d'équations propres à la Dynamique des fluides, équations qui sont, au moins, du second ordre. On peut même dire que toutes les théories ondulatoires tournent autour de l'établissement d'un tel accord qui ne va pas sans de certaines indéterminations dont tel ou tel auteur profitera de telle ou telle manière.

M. Galbrun reste très classique. Les discontinuités du second ordre sont toujours en contact étroit avec les caractéristiques de Cauchy. Les théories fluidiques en x, y, z, t sont géométrisées dans l'espace à quatre dimensions et c'est par une brillante analyse, appuyée sur la nullité d'un déterminant du cinquième ordre, que la notion de caractéristique est adjointe aux équations du mouvement d'un gaz dans l'hypothèse de l'adiabatisation.

Les choses apparaissent ensuite comme particulièrement maniables, sinon comme complètement déterminées, dans le cas des petits mouvements. La détermination s'améliorera dans la recherche de solutions périodiques qui auront l'avantage de prendre une physionomie nettement physique, c'est-à-dire une allure vibratoire et ondulatoire. L'indétermination des rayons sonores peut aussi expliquer les phénomènes complexes d'incurvation produits par diverses circonstances atmosphériques. Les congruences de rayons, dans leurs rapports avec les surfaces d'ondes, les tendances de ces surfaces à prendre des connexions multiples raccordées suivant des lignes singulières montrent le Principe d'Huyghens comme possédant, à son tour, une plasticité qui ne lui laisse pas toujours le rôle d'un véritable principe fondamental. D'ailleurs partout, dans le bel exposé de M. Galbrun, l'analyse semble primer le principe physique qui chez certains (de plus en plus rares dans la Science actuelle) est au contraire la chose primordiale prétexte à une analyse pour ainsi dire surajoutée. Ici, et nous croyons que c'est la bonne méthode, l'analyse et surtout l'étude des singularités analytiques, laissent ensuite, aux principes physiques un domaine moins essentiel mais où, du moins, ils sont devenus analytiquement utilisables dans des conditions parfaitement connues.

Cette impression se confirme dans la Seconde partie de l'ouvrage, consacrée aux zones de silence. Il s'agit surtout d'une géométrie. La source sonore est réduite à un point; les rayons sonores ont des enveloppes diverses, ils touchent des arêtes de rebroussement et finissent par engendrer des multiplicités de congruences qui, à elles seules, pourraient permettre une théorie

de zones d'audition et de zones silencieuses. Ce n'est peut-être pas le principal. La réflexion, en atmosphère hétérogène, sur les nuages, par exemple, doit intervenir de manière importante. Mais le fait de découvrir des phénomènes ayant même effet que la réflexion, en dehors de cette notion proprement dite, montre assez l'intérêt, l'inattendu qui peut sortir des équations de la mécanique des fluides dans cette voie des singularités ondulatoires qui, bien que très travaillée à l'heure actuelle, renferme encore tant et tant d'inconnu, d'insoupçonné, de paradoxal. Le livre de M. Henri Galbrun est vraisemblablement le travail qui prolonge de la manière la plus intéressante les *Leçons sur la propagation des ondes*, publiées par M. Hadamard en 1903. Il donne à ces *Leçons* une réalité particulièrement tangible qui ne cesse jamais d'être soutenue par une analyse mathématique aussi profonde qu'élégante.

A. BUHL (Toulouse).

Hermann WEYL. — **Gruppentheorie und Quantenmechanik.** Zweite umgearbeitete Auflage. — Un vol. grand in-8° de XII-366 pages. Prix: broché, RM. 24; relié, RM. 26. S. Hirzel, Leipzig. 1931.

Nous signalions, l'an dernier (p. 323), avec un certain retard, il est vrai, la première édition de ce magnifique ouvrage. Toutefois trois années seulement se sont écoulées entre les deux éditions et ceci suffit amplement à prouver l'attrait du sujet.

Naturellement l'idée principale est conservée; elle consiste surtout à construire avec des *opérateurs* déterminés dont les deux premiers types, en présence de n variables x_i , sont les *dérivations partielles* en x_i et les *multiplifications* par x_i . Les premiers opérateurs jouissent, *entre eux*, de la propriété de *commutativité*; les seconds sont dans le même cas. Mais cette commutativité disparaît, en général, dans les associations des deux espèces d'opérateurs; dans ces associations, on reconnaît aisément les symboles des transformations infinitésimales des groupes linéaires et voilà comment ces groupes s'associent aux théories fondées, par exemple, sur des équations aux dérivées partielles à coefficients constants ou sur une algèbre de déterminants, ces deux symbolismes, d'une extraordinaire importance, en engendrant d'autres, d'une portée plus grande encore, comme il arrive dans la théorie de Dirac.

La création géométrique par excellence est celle d'une géométrie unitaire où les formes à indéterminées conjuguées de Charles Hermite remplacent le carré de la distance pythagoricienne. L'idée est tout à fait analogue à celle qui remplace la géométrie euclidienne par la géométrie des espaces de Riemann et conduit à la Gravifique. Les buts atteints sont différents et plus particulièrement propres à l'analyse du microcosme atomique encore qu'il n'y ait pas, entre les deux choses, de différence absolument essentielle. La Gravifique, avec ses champs agissant sur les étalons, généralise l'idée de *mesure*; or cette dernière notion a besoin aussi de généralisation dans les domaines microcosmiques où il ne peut plus y avoir d'étalons continus, de règles divisées, ni même souvent de véritables évaluations numériques précises parce que la conception qui s'impose alors est celle d'*ensemble* et non plus celle de *nombre*. Peut être verra-t-on, de ce côté, la véritable clef des *incertitudes de Heisenberg* en lesquelles ne peuvent être établies, *à la fois*, de nettes individualités pour l'onde et pour le corpuscule. A propos de tels sujets, que de transformations dans la Science! Dès que l'on découvre