faut partir pour s'élever au phénomène quelconque qui, de ce fait, peut toujours conserver une certaine allure ondulatoire. Il peut, de même, avoir un *spectre* de valeurs propres continu ou discontinu. La *fonction de Green* est essentielle pour le passage des équations différentielles aux équations intégrales, passage qui codifie toutes les solutions en forme d'intégrales définies que beaucoup d'anciennes théories semblaient tenir d'un heureux hasard.

Le Chapitre VI applique le Calcul des variations aux problèmes précédents, ce qui est encore chose intuitive car, dans les cas très étendus où le calcul se ramène à la considération de systèmes d'équations canoniques, il a alors une structure formelle analogue à celle d'équations qui naissent de la transformation des intégrales multiples. Une telle constatation va de Liouville à Weyl.

Enfin le Chapitre VII traite des fonctions spéciales définies par les problèmes précédents. Bessel, Hankel, Neumann ont attaché leur nom à d'élégantes fonctions peu éloignées, en somme, de l'exponentielle et de ses formes trigonométriques, à condition d'une ample intervention de la fonction gamma employée comme agent de liaison. A Legendre et à Laplace nous devons surtout les fonctions sphériques. Tschebyscheff, Hermite, Laguerre firent des choses surprenantes, à partir d'équations linéaires, en employant les méthodes de Cauchy. Les fonctions harmoniques se révèlent tout aussi curieuses avec Maxwell et Sylvester. Et le volume se termine sur de jolies figures et d'élégantes formules. On aimerait continuer à parcourir un aussi attachant paysage. Heureusement tout ceci n'est qu'un premier tome et M. R. Courant, en terminant une courte préface, nous promet, pour bientôt, la suite de ce lumineux exposé. A. Buhl (Toulouse).

A. G. Webster und G. Szegö. — **Partielle Differenzialgleichungen der mathematischen Physik** (Sammlung von Lehrbüchern auf dem Gebiete der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen). — Un vol. gr. in-8° de VIII-529 pages et 98 figures. Prix: relié, RM.28. B-.G. Teubner, Leipzig et Berlin. 1930.

Ceci n'est pas précisément une traduction mais plutôt une refonte, due au Prof. Dr Szegö, de l'ouvrage de A. G. Webster: *Partial differential Equations of Mathematical Physics* (Teubner, 1927). Le plan diffère nettement de celui du livre précédemment analysé dû à MM. Courant et Hilbert.

Le Chapitre premier est consacré à la formation, à l'énumération des principales équations de la Physique mathématique. Les méthodes sont vectorielles ou bénéficient de simplicités d'origine vectorielle. Il semble que des simplifications plus grandes encore auraient pu être obtenues par des méthodes tensorielles, les formules stokiennes de l'espace à quatre dimensions ayant un pouvoir de synthèse particulièrement remarquable et une génération en accord avec les premiers principes du Calcul intégral; c'est ainsi, par exemple, que les équations électromagnétiques de Maxwell ont une structure contenue, à l'état latent, dans le concept même d'intégrale triple. Faut-il ajouter qu'il n'y a là aucune critique; les auteurs pourraient d'ailleurs prétendre qu'ils ont songé plus à des constructions physiques tangibles qu'à des synthèses relevant de la géométrie de l'hyperespace cependant invoqué ici et dans la suite.

Le cachet original et moderne s'affirme, dès le Chapitre II, avec les équations aux dérivées partielles du premier ordre. Ces équations sont définitivement incorporées à la Physique avec l'équation de Jacobi et offrent une discussion préliminaire du Problème de Cauchy qui (Ch. III) s'impose ensuite, au second ordre, avec les premières considérations d'ondes. Les valeurs et les fonctions propres se greffent ingénieusement sur celles-ci et l'aperçu qui se dégage ainsi, des trois premiers chapitres, constitue déjà un tout des plus suggestifs.

Il importe (Ch. IV) d'étudier la série et les intégrales de Fourier. Jolies figures d'approximation. Reprise de la notion d'onde par ondulations trigonométriques et méthodes d'intégration à la Cauchy par intégrales à structure exponentielle. On atteint ainsi la propagation des ondes dans l'espace à deux dimensions. Pour le cas de trois dimensions, une étude préalable de l'équation du potentiel (Ch. V) s'impose de toute évidence. C'est ici que l'on peut passer de la théorie potentielle à la théorie ondulatoire au moyen de potentiels retardés présentés sous différentes formes toutes propres à préparer une théorie générale des équations intégrales.

Le Chapitre VI a trait à la méthode d'intégration de Riemann-Volterra. En France, c'est aussi le terrain des recherches de MM. Emile Picard et J. Hadamard, terrain où nous rencontrons d'ailleurs quelques autres noms de valeur, tels ceux de Hugoniot et J. Coulon. C'est la méthode des caractéristiques avec son interprétation ondulatoire mais étendue jusqu'au cas de n variables. La cinématique de l'onde de choc, puis des ondes d'accélérations, est soigneusement faite. La formule de Green à n variables joue un rôle fondamental.

Le Chapitre VII traite des fonctions sphériques, des fonctions de Bessel et de Lamé. L'homogénéité, sous la forme du théorème d'Euler, c'est-à-dire traduite par une équation aux dérivées partielles du premier ordre à coefficients x_i, vient encore rappeler ici les idées de Weyl sur ces x_i, variables opératoires à associer naturellement aux opérateurs de dérivation. Un peu plus loin nous trouvons une représentation maxwellienne des fonctions sphériques déjà vue avec Courant et Hilbert. De tels contacts prouvent l'excellence des théories et des ouvrages qui les exposent. Quant aux fonctions de Bessel et de Lamé, leurs propriétés fonctionnelles, intégrales, différentielles sont amalgamées de façon parfaite.

Les applications des fonctions sphériques, ainsi que de l'élégante réduction constituée par les fonctions cylindriques, occupent le Chapitre VIII. L'attraction d'anneaux, de plaques circulaires, d'une surface sphérique, les vibrations de tels objets, une rapide esquisse relative aux marées,... sont plus que suffisantes pour faire comprendre l'utilité des transcendantes précédemment introduites, transcendantes qui révèlent encore les plus remarquables propriétés mathématiques, telles un théorème d'addition de C. Neumann dans le cas des fonctions de Bessel. Ces dernières jouissent aussi d'un asymptotisme simple et toutes ces études éclairent la nature de nombreuses intégrales définies.

Le Chapitre IX est consacré aux équations intégrales. On reconnaît sans peine les séries de Fredholm dont les termes sont des intégrales de plus en plus multiples portant sur des déterminants dont l'ordre est de plus en plus élevé. Les idées terminales sont celles de Hilbert.

Ce bel ouvrage est complété par un appendice qui joue plutôt un rôle élémentaire et pourrait servir d'introduction. On y trouve les déterminants fonctionnels, les interversions de limites, la convergence uniforme, encore de belles intégrales définies, les équations linéaires dans le domaine complexe.

J'insisterai encore sur les déterminants fonctionnels et leurs transformations immédiates les déterminants symboliques formés d'opérateurs de dérivations; l'avenir des théories constructives d'équations aux dérivées partielles semble être là. Mais combien ce proche avenir est heureusement préparé par une aussi grandiose exposition que celle de MM. Webster et Szegö. A. Buhl (Toulouse).

Philipp Frank und Richard V. Mises. — **Die Differential- und Integralgleichungen der Mechanik und Physik.** Band I. Mathematischer Teil. Zweite vermehrte Auflage. — Un vol. grand in-8° de XXIII-916 pages et 84 figures. Prix: broché, RM. 57; relié, RM. 62. Friedr. Vieweg und Sohn. Braunschweig. 1930.

Cette Partie mathématique publiée par le Dr Richard v. Mises, appartient à une série d'éditions d'histoire glorieuse. Ce serait le commencement de la huitième réimpression du célèbre ouvrage de Riemann-Weber sur les Equations aux dérivées partielles de la Physique mathématique. Aujourd'hui les collaborateurs sont nombreux et se sont habilement divisé le travail, ce qui éloigne toute crainte de faiblesses partielles en un exposé dont le premier volume possède déjà presque un millier de pages. Indiquons cette division par une simple énumération des Chapitres.

I. *Fonctions réelles.* G. Szegö (Königsberg). — II. *Formes linéaires.* Ph. Frank (Prague) et R. v. Mises (Berlin). — III. *Variables complexes.* K. Löwner (Prague). — IV. *Séries et produits infinis.* G. Szegö. — V. *Calcul des Variations.* C. Carathéodory (Munich). — VI. *Conditions initiales.* L. Bieberbach (Berlin). — VII. *Problèmes aux limites. Second ordre.* L. Bieberbach und R. v. Mises. — VIII. *Fonctions particulières naissant des problèmes aux limites du second ordre.* G. Szegö. — IX. *Séries qui naissent de problèmes aux limites.* G. Szegö. — X. *Problèmes aux limites particuliers.* L. Bieberbach und R. v. Mises. — XI. *Equations intégrales.* R. v. Mises. — XII. *Résolution des équations intégrales.* R. v. Mises und G. Schulz (Berlin). — XIII. *Application aux Problèmes aux limites.* R. v. Mises. — XIV. *Potentiel.* R. v. Mises. — XV. *Equations aux dérivées partielles. Conditions initiales.* H. Rademacher (Breslau) et R. Iglisch (Berlin). — XVI. *L'équation du potentiel dans le plan.* K.Löwner. — XVII. *L'équation du potentiel dans l'espace.* G. Szegö. — XVIII. *Problèmes aux limites pour les équations aux dérivées partielles du second ordre.* H. Rademacher und R. Iglisch. — XIX. *Quelques problèmes particuliers sur les équations aux dérivées partielles.* H. Rademacher und E. Rothe (Breslau). — XX. *Calcul des Variations et Problèmes aux limites.* R. Courant (Göttingue).

Les noms seuls qu'on trouve — ou qu'on retrouve — dans cette liste, montrent, à nouveau, la difficulté d'une analyse quelque peu originale. Evidemment la science physico-mathématique s'impose de toutes parts. Il n'y a rien de trop beau, de trop parfait en mathématiques pour les études phénoménales et ce sont réciproquement des phénomènes de mieux en mieux observés — surtout à des échelles très différentes — qui conduisent à de nouvelles créations mathématiques.

Les cinq premiers Chapitres du volume forment une section initiale intitulée d'ailleurs: Procédés généraux. Nous ne pouvons signaler, bien à