Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 30 (1931)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE ET TOPOLOGIE

Autor: Hopf, H.

Bibliographie

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-23890

l'extension du théorème de la *curvatura integra* n'a réussi que dans deux cas très particuliers. Je viens justement de vous exposer l'un d'eux: c'est le cas où la courbure est constante; la *curvatura integra* est alors essentiellement le *volume* de la forme spatiale, et c'est sur la considération de ce volume que repose le théorème sur les signes de la courbure et de la caractéristique, auquel on vient de faire allusion, théorème qui entraîne l'extension de B aux nombres pairs de dimensions (VIII). L'autre cas particulier où le théorème de la *curvatura integra* peut être étendu aux variétés à n dimensions se présente lorsque les variétés sont *des hypersurfaces situées dans l'espace euclidien à* n + 1 *dimensions; pour* n *pair, on a alors ce théorème: la curvatura integra est égale au produit de la demi-caractéristique de la variété par l'étendue superficielle de la sphère unité à* n *dimensions* — tout comme pour $n = 2$; la courbure de l'hypersurface doit être définie ici suivant GAUSS, au moyen de la représentation sphérique par les normales. Si n est impair, cette affirmation n'est en général pas exacte, circonstance qui soulève tout naturellement de nouvelles questions (X). Qu'adviendra-t-il de la *curvatura integra* d'une variété à plusieurs dimensions qui ne rentre dans aucun des deux cas examinés ? Ce me semble être un problème particulièrement important et intéressant, d'ailleurs difficile aussi; si l'on songe aux démonstrations habituelles pour deux dimensions, cela devrait revenir à une généralisation de la célèbre formule de GAUSS-BONNET [1].

Enfin, on n'a pas encore cherché si les théorèmes de M. RINOW peuvent être étendus à plusieurs dimensions; pour le théorème d'unicité en particulier, cela ne doit pourtant guère présenter de difficultés.

BIBLIOGRAPHIE

(I). H. HOPF und W. RINOW, Ueber den Begriff der vollständigen differentialgeometrischen Fläche. *Commentarii Math. Helvetici*, vol. 3 (1931).

(II). F. KLEIN, Zur Nicht-Euklidischen Geometrie. *Math. Annalen*, 37 (1890).

[1] Pour une telle généralisation dans le cas particulier de courbure constante, consulter le travail (VIII); une formule de POINCARÉ y joue le rôle de la formule de GAUSS-BONNET. D'ailleurs, comme M. KOLLROS l'a signalé pendant la discussion, cette formule de POINCARÉ se trouve déjà chez SCHLÄFLI.

(III). H. Hopf, Zum Clifford-Kleinschen Raumproblem. *Math. Annalen*, 95 (1925).

(IV). P. Koebe, Riemannsche Mannigfaltigkeiten und nichteuklidische Raumformen (1. Mitteilung). *Sitzungsber. Akad. d. Wissensch. Berlin*, 1927.

(V). Cf.: W. Blaschke, *Differentialgeometrie*, I (Berlin, 1921), § 84.

(VI). Cf.: Blaschke, *l. c.*, § 64.

(VII). W. Rinow, Ueber Zusammenhänge zwischen der Differentialgeometrie im Grossen und im Kleinen; Dissertation Berlin 1931, *Math. Zeitschrift* (sous presse).

(VIII). H. Hopf, Die Curvatura integra Clifford-Kleinscher Raumformen. *Nachr. d. Gesellsch. d. Wissensch.*, Göttingen, 1925.

(IX). E. Cartan, La géométrie des groupes simples. *Annali di Mat.* (4), 4 (1927).

(X). H. Hopf, Ueber die Curvatura integra geschlossener Hyperflächen *Math. Annalen*, 95 (1925); Vektorfelder in n-dimensionalen Mannigfaltigkeiten. *Math. Annalen*, 96 (1926).

(XI). W. Rinow, Ueber Flächen mit Verschiebungselementen; H. Hopf und W. Rinow, Die topologischen Gestalten differentialgeometrisch verwandter Flächen; *Math. Annalen* (sous presse).

SUR LES FAMILLES CROISSANTES DE SOUS-ENSEMBLES D'UN ENSEMBLE DÉNOMBRABLE

PAR

W. Sierpiński (Varsovie).

Une famille F d'ensembles est dite *croissante*, si de deux ensembles de la famille F un est toujours une partie aliquote de l'autre. Une telle famille peut être ordonnée d'après la grandeur des ensembles qui la constituent, c'est-à-dire de deux ensembles de la famille F celui est regardé comme précédent qui est la partie aliquote de l'autre. A toute famille croissante d'ensembles correspond ainsi un type d'ordre [1].

---

[1] En ce qui concerne les types d'ordre, voir par exemple mon livre *Leçons sur les nombres transfinis*, chap. VII. Paris, Gauthier-Villars, 1928.