

**D. Hilbert und S. Cohn-Vossen. —  
Anschauliche Geometrie. (Die Grundlehren der  
mathematischen Wissenschaften in  
Einzeldarstellungen, Band XXXVII). — Un vol.  
gr. in-8° de viii-310 pages et 330 figures. Prix:  
broché, RM.24; relié, RM. 25,80. J. Springer. B...**

Autor(en): **Buhl, A.**

Objektyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **31 (1932)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **30.06.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

quelques mots, la moindre idée de tels résultats, mais M. Kurt Hensel s'est jugé si bien compris par M. Harris Hancock qu'il lui a adressé une lettre de félicitations reproduite en tête du volume.

Le cas où  $\varepsilon$  et son inverse sont, à la fois, entiers algébriques, conduit aux unités algébriques; la théorie en est très jolie et rappelle, avec plus de généralité, celle de l'équation binôme. Hilbert et Minkowski ont rajeuni une première exposition de Dirichlet et Dedekind.

Au-delà de toutes ces combinaisons algébrico-arithmétiques, nous tombons, par exemple, dans la Géométrie des Nombres de Minkowski et le texte se constelle d'intégrales multiples, ce qui peut paraître inattendu. Au fond, c'est d'une admirable simplicité et c'est là, à mon avis, que l'on aperçoit particulièrement bien l'œuvre créatrice du Bon Dieu de Kronecker dont il était question, plus haut, toujours à propos des Œuvres de Hilbert. On ne manie pas toutes les formes algébriques intervenant dans ce qui précède sans manier aussi des déterminants *fonctionnels* et ce pour une foule de raisons, mais ne serait-ce que pour exprimer des compatibilités. Or, le déterminant fonctionnel est aussi le symbole essentiel associé aux intégrales multiples et à leurs transformations. Voilà d'où viennent ces intégrales et maintenant les domaines *continus* avec le cortège d'inégalités qui accompagne toute conception convenable de la continuité. Les domaines continus et intégraux ont leurs invariances intégrales se traduisant notamment en formules stokiennes desquelles sortent facilement le Calcul différentiel absolu et la Gravifique selon Einstein. Cette synthèse, si formidable soit-elle, n'épuise pas l'infinie richesse des *groupes*. Nombreuses sont les circonstances naturelles inaltérées ou transformées simplement par des *permutations* qui, d'autre part, renouvelèrent, avec Galois, la théorie des équations algébriques. Etudier ces équations c'est encore une manière d'étudier la structure discontinue d'une Nature où la continuité n'est que l'apparence quant à une observation insuffisamment pénétrante. L'exposé de M. Harris Hancock est actuellement l'exposé d'une *quantification* pouvant se rapporter à tout ce qui est accessible à l'Analyse. C'est une grande œuvre de Philosophie naturelle. A. BUHL (Toulouse).

D. HILBERT und S. COHN-VOSSEN. — **Anschauliche Geometrie.** (Die Grundlagen der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Band XXXVII). — Un vol. gr. in-8° de VIII-310 pages et 330 figures. Prix: broché, RM.24; relié, RM. 25,80. J. Springer. Berlin, 1932.

Cette géométrie du visible, de l'évident, montre maintenant la souplesse d'esprit de M. Hilbert passant de l'abstraction arithmétique ou analytique à ce qui se conçoit de manière visuelle et en faisant toujours joliment image. Le sujet fut professé, par le grand géomètre lui-même, à Göttingen, en 1920-21; il fut ensuite développé par des disciples, notamment par W. Rosemann et S. Cohn-Vossen. Les 330 figures du volume en disent long sur l'appel à l'intuition et sur la difficulté d'écrire une analyse sans rien dessiner. Essayons cependant de suivre le fil des analogies.

Un premier Chapitre traite des courbes et des surfaces les plus simples. Les coniques, en tant que sections, se voient sur des cônes. Les hyperboloïdes se déforment comme de certains cache-pots et les quadriques, en général, se construisent par coniques en carton ingénieusement imbriquées.

Remarques analogues pour le système triplement orthogonal des trois quadriques homofocales.

Sur les systèmes ponctuels réguliers (Ch. II), sur les *grilles*, naissent non seulement des figures mais des considérations de mesurabilité utiles en Théorie des Nombres ou quant à l'évaluation de certaines séries. Un lemme de Minkowski est ici particulièrement à sa place. Il y a des grilles spatiales donnant lieu à de curieux assemblages de sphères, puis à des constructions polyédrales et à des emplacements spatiaux par *paquets* qui, pris isolément, sont fort irréguliers. De là à passer aux cristaux et aux symétries groupales, il n'y a qu'un pas.

Les configurations (Ch. III) liées aux noms de Brianchon, Pascal, Desargues, demandent, pour être traitées complètement, une théorie logique assez ardue. Elles prennent aussi un aspect très intuitif, de par une perspective de croquis à intentions spatiales négligées dans un examen plan. La configuration de Reye, qui comprend 12 points et 12 plans remarquables, s'aperçoit très simplement en lui donnant d'abord la symétrie du cube; ses propriétés projectives font le reste. Les assemblages cellulaires polyédraux donnent lieu à une sorte de géométrie énumérative.

La Géométrie différentielle (Ch. IV) possède de jolis croquis concernant, par exemple, les lignes de courbure de l'ellipsoïde. La configuration des surfaces fait concevoir des *selles*, à trois dépressions, superflues pour un cavalier humain mais utilisables pour des singes qui tiendraient à y placer aussi leur queue. La courbure de Gauss est nulle en des points, dits paraboliques, dont les lieux ont été tracés jusque sur l'admirable visage de l'Apollon du Belvédère. L'hélicoïde réglé, le caténoïde ont été réalisés par lames liquides photographiées ensuite. Suivent onze propriétés concernant la courbure et le caractère extrémal de la sphère. Les géométries non-euclidiennes deviennent tangibles sur les surfaces à courbure totale constante. Le Problème de Plateau serait, paraît-il, résolu par J. Douglas (*Trans. Amer. math. Society*, vol. 33, 1931).

La Cinématique (Ch. V) est surtout relative aux roulettes. Les mouvements spatiaux sont illustrés par la photographie d'un engrenage hyperboloïdal à hyperboloïdes évidents.

La Topologie (Ch. VI) nous offre un véritable musée tératologique de singularités superficielles, surtout avec les surfaces unilatères dont certaines peuvent être fermées. Elle comprend aussi les problèmes de coloriage relatifs aux cartes.

A vrai dire, beaucoup de ces choses sont loin d'être nouvelles mais aucun ouvrage ne les avait aussi élégamment rassemblées. Et certainement celui-ci a l'allure de l'œuvre d'art.

A. BUHL (Toulouse).

Karl MENGER. — **Kurventheorie**, herausgegeben unter Mitarbeit von Georg Nöbeling. (Mengentheoretische Geometrie in Einzeldarstellungen, herausgegeben von Dr. Karl Menger, Wien. Band II). — Un vol. gr. in-8° de vi-376 pages. Prix: broché, RM. 22; relié, RM. 24. B. G. Teubner. Leipzig et Berlin, 1932.

Encore une opposition à faire entre la géométrie visible et intuitive de l'ouvrage précédent et la géométrie de celui-ci qui est loin de se fier à l'apparence et à l'intuition. La liste des auteurs cités, en laquelle on relève les noms d'Alexandroff, Baire, Borel, Brouwer, Cantor, Fréchet, Hahn,