

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Band:** 32 (1933)  
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE  
  
**Rubrik:** SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE SUISSE Conférences et communications.

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 17.10.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE SUISSE

Conférences et communications.

*Réunion d'Altdorf, 2 septembre 1933.*

---

La Société mathématique suisse a tenu sa vingt-troisième assemblée annuelle à Altdorf, le 2 septembre 1933, sous la présidence de M. le prof. G. JUVET (Lausanne). Selon la tradition, cette réunion a eu lieu en même temps que la session annuelle de la Société helvétique des Sciences naturelles (114<sup>me</sup> session). En ouvrant la séance le président a rendu hommage à la mémoire de M. le prof. L. LICHTENSTEIN, enlevé prématurément à la Science le 21 août 1933, à l'âge de 55 ans.

Au cours de la séance administrative la Société a constitué comme suit son comité pour les années 1934 et 1935: M. le prof. W. SAXER (Zurich), président; M. le prof. R. WAVRE (Genève), vice-président; M. le prof. W. SCHERRER (Berne), secrétaire-trésorier.

La prochaine assemblée annuelle aura lieu à *Zurich* en 1934.

La partie scientifique a été consacrée aux communications de MM. Wavre, Weinstein, Ostrowski, Saxer, Bähler, F. K. Schmidt, Pfluger et Blaschke.

1. — R. WAVRE. — *Sur certaines transformations non équipotentielles.* — Nous dirons que deux corps sont équipotentiels s'il existe un point au voisinage duquel les deux corps créent le même potentiel newtonien. Ils seront non équipotentiels s'il n'en est rien.

En dehors des cas ordinairement mentionnés, par exemple, des sphères homogènes et de leur centre chargé de la masse totale, MM. Herglotz et Dive ont formé d'intéressants corps équipotentiels. M. Dive a démontré en plus que deux corps convexes ne peuvent créer la même attraction dans leur partie commune.

Nous avons formulé autrefois une condition pour que deux corps soient équipotentiels. C'est une condition d'ordre topologique. Je voudrais ici montrer sur un exemple plus précis que cette question est intimement liée aux polydromies des potentiels newtoniens prolongés dont j'ai donné une esquisse dans deux articles à paraître.

Appelons couches analytiques ouvertes, des surfaces ouvertes régulières et analytiques, frontières comprises, chargées d'une densité

holomorphe, frontières comprises. La couche sera dite simple ou double, suivant que l'on considère le potentiel de simple ou de double couche. Deux couches équipotentiellles doivent avoir un point commun si elles sont ouvertes. Supposons que leurs frontières soient communes et qu'elles n'aient aucun autre point commun, alors, si elles sont simples, elles ne sauraient être équipotentiellles et si elles sont doubles, elles ne sauraient l'être que si leur densité est constante. Le potentiel se réduit alors à l'angle solide sous lequel chaque surface est vue d'un point de l'espace.

Ces conclusions subsisteraient dans des conditions plus larges au point de vue topologique, cependant aucune hypothèse topologique n'est à faire si l'on suppose les deux surfaces voisines.

Montrons: 1° qu'une simple couche analytique ouverte n'admet pas de déformation continue qui laisse inaltéré son potentiel au voisinage d'un point; 2° qu'une double couche analytique n'admet de déformation continue équipotentielle que si la densité est constante. En effet, une couche analytique ouverte  $S$  crée un potentiel newtonien qui n'admet dans un volume  $V$  contenant entièrement la couche, que la frontière  $F$  de  $S$  comme singularité.  $F$  est une ligne de ramification avec une fonction période  $p$  qui est harmonique dans  $V$ . Si la couche est simple, l'on a sur  $S$  :  $p = 0$  et  $\frac{dp}{dx} = 4\pi \times \text{densité}$ . Si la couche est double  $p = 4\pi \times \text{densité}$  et  $\frac{dp}{dx} = 0$  sur  $S$ .

Or, une seconde couche  $S'$  située dans  $V$ , donc voisine et équipotentielle avec la première, devrait donner lieu aux mêmes singularités dans  $V$ . Les frontières devraient coïncider car les lignes de ramification coïncideraient et les fonctions période devraient être les mêmes. Si la couche est simple, la fonction période  $p$  devrait être harmonique dans  $V$  et nulle sur  $S + S'$  et serait identiquement nulle et les densités aussi. Pour une double couche, la fonction  $p$  harmonique dans  $V$  devrait avoir une dérivée normale nulle sur  $S$ . Elle serait nulle ou constante ainsi que les deux densités. On remarquera qu'aucune hypothèse topologique n'a été faite sur l'ensemble  $S + S'$  situé dans  $V$ . Au lieu de déformations continues, on peut parler de petites déformations, puisque les surfaces  $S$  et  $S'$  sont simplement supposées voisines et non infiniment voisines.

2. — A. WEINSTEIN. — *Sur les équations fonctionnelles et la théorie des sillages.* — Le problème mathématique fondamental de la théorie des sillages peut être énoncé d'une manière très simple.

Soit  $D$  un domaine du plan  $z = x + iy$  limité par la demi-droite  $0 \leq x < +\infty$ .

Problème : Déterminer une fonction analytique  $f(z)$  qui représente  $D$  sur un domaine limité en partie par un arc de courbe donné (qui correspond à un intervalle  $0 \leq x \leq \lambda$  inconnu à priori de l'axe

réel) et en partie par des arcs inconnus, sur lesquels  $f(z)$  doit satisfaire à la condition  $|f'(z)| = 1$ .

Des questions du même genre ayant été déjà traitées par plusieurs méthodes (voir A. WEINSTEIN, *Math. Zeits.*, t. 31, 1929), le problème énoncé a été récemment l'objet de recherches par des procédés nouveaux et d'applications très étendues.

Après un essai préliminaire de M. Quarleri (*Rend. d. Acc. d. Lincei*, p. 332, 1931) qui se prête à des objections les plus sérieuses (voir mon compte rendu N° 8047, *Zentralblatt für Mechanik*, t. I, 1933), j'ai démontré (*Rend. d. Acc. d. Lincei*, p. 83, 1933, et C. R. de l'Ac. d. Sciences, Paris, séance du 30 janv. 1933) que la détermination de  $f(z)$  se ramène dans le cas où le domaine cherché est *symétrique* et est limité partiellement par un arc de cercle à une *équation intégrale non linéaire*. Les solutions éventuelles de cette équation dépendent du paramètre  $\lambda$  et sont bornées a priori. On peut établir l'existence des solutions pour chaque valeur de  $\lambda \geq 0$  en appliquant la nouvelle théorie de Leray-Schauder (C. R. de l'Ac. d. Sciences, Paris, 1933, p. 115) sur les *équations fonctionnelles* du type  $t = U_\lambda(t)$ , où  $U_\lambda$  est pour chaque  $\lambda \geq 0$  une transformation *complètement continue* de la fonction inconnue  $t$ . De nouvelles recherches sur la question vont être publiées incessamment par M. LERAY.

3. — A. OSTROWSKI (Bâle). — *Gebrauch von Flächenmittelwerten in der Funktionen- und Potentialtheorie.*

4. — W. SAXER (Zurich). — *Ueber den verallgemeinerten Schottky'schen Satz.*

5. — F. BÄBLER (Göttingen). — *Ueber die Verwendung der Differenzenmethode bei Existenzbeweis in der Variationsrechnung.*

6. — F. K. SCHMIDT (Erlangen). — *Klassenkörpertheorie und Riemansche Flächen.* (Voir les Actes de la Société helvétique des Sciences naturelles, 1933.)

7. — A. PFLUGER (Zurich). — *Fonctions entières et leurs fonctions associées de Borel.* — Etant donnée une fonction entière

$$G(z) = \sum_0^{\infty} C_n z^n$$

d'ordre  $\frac{1}{\rho}$  du type normal, où  $\rho$  est un nombre réel positif et fini, nous appelons la fonction réelle

$$h(\rho) = \overline{\lim}_{r \rightarrow \infty} r^{-\frac{1}{\rho}} \log |G(re^{iz})|$$

indicateur de  $G(z)$ .

Considérons le domaine convexe le plus petit sur la surface de Riemann, dans l'extérieur duquel la fonction associée de Borel

$$g(z) = \sum_0^{\infty} \frac{\Gamma(n\rho + 1) C_n}{z^{n\rho+1}}$$

est partout régulière et soit  $k(\varphi)$  sa fonction d'appui (Stützfunktion). On a alors la relation

$$h(\rho\varphi) = k(-\varphi) .$$

Si nous appelons donc *diagramme-indicateur* de  $G(z)$  le domaine obtenu par inversion du domaine ci-dessus par rapport à l'axe réel, nous pouvons dire brièvement,  $h(\rho\varphi)$  est la *fonction d'appui* du *diagramme-indicateur* de  $G(z)$ .

8. — W. BLASCHKE (Hambourg). — *Textilgeometrie und Abelsche Integrale* (Géométrie des canevas et intégrales abéliennes). —  $n$  familles de courbes  $t_i(x, y) = \text{const.}$ ;  $i = 1, 2, \dots, n$  forment un canevas d'ordre  $n$  pour

$$\frac{\delta(t_i, t_k)}{\delta(x, y)} \neq 0 \quad \text{avec} \quad i \neq k .$$

Le nombre maximum  $p$  de relations linéairement indépendantes de la forme

$$\sum_{i=1}^n f_i^{(k)}(t_i) = 0 ; \quad k = 1, 2, \dots, p$$

est

$$p = \frac{(n-1)(n-2)}{2}$$

et ce maximum ne peut être atteint que pour des canevas qui sont topologiquement équivalents à un canevas formé par les tangentes à une courbe plane d'ordre  $n$ . Théorème analogue pour des canevas de surfaces et de courbes dans l'espace. Il est remarquable qu'on parvient ainsi à caractériser topologiquement des formations algébriques. Consulter: W. BLASCHKE, *Abhandlungen Hamburg* 9, 1933, et une communication qui sera insérée, sous le titre ci-dessus, dans le *Jahresbericht der Deutschen Mathematikervereinigung*.