

**B. Kagan. — Abhandlungen aus dem Seminar für Vektor- und Tensoranalysis samt Anwendungen auf Geometrie, Mechanik und Physik. Lieferung I. — Un volume grand in-8° cartonné de 304 pages. Prix: 7 roubles 50, Staatlicher Technisch-Theoretischer Verlag.**

Autor(en): Buhl, A.

**Mosk...**

Objektyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **32 (1933)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **13.07.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

B. KAGAN. — **Abhandlungen aus dem Seminar für Vektor- und Tensoranalysis samt Anwendungen auf Geometrie, Mechanik und Physik.** Lieferung I. — Un volume grand in-8° cartonné de 304 pages. Prix: 7 roubles 50. Staatlicher Technisch-Theoretischer Verlag. Moskau, Leningrad, 1933.

Encore un ouvrage qui fait grand honneur à la Science telle qu'elle est pratiquée et enseignée en U.R.S.S. Il provient d'un « Institut de Recherches scientifiques, pour les Mathématiques et la Mécanique, de l'Université d'Etat de Moscou ». Dans cet Institut, il y aurait un Séminaire pour l'Analyse vectorielle et tensorielle; de loin, il est difficile de se représenter tout cela très exactement mais, si j'en juge par le volume que j'ai sous les yeux, il s'agit vraisemblablement d'une création universitaire comparable à celle de l'Institut Henri Poincaré de Paris. Du moins, les présentes *Abhandlungen* rivalisent avec les *Annales* de ce dernier Institut. Elles forment un très beau volume, très bien imprimé, contenant des Mémoires allemands et français qui ne sont accompagnés que de quelques pages en langue russe. Visiblement la rédaction a été faite pour l'Europe centrale et occidentale. Voici d'abord la table de ces Mémoires:

1. B. Kagan. *Über eine Erweiterung des Begriffes vom projektiven Raume und dem zugehörigen Absolut.*
2. H. SCHAPIRO. *Über die Metrik der subprojektiven Räume.*
3. P. RACHEVSKY. *Caractères tensoriels de l'espace sousprojectif.*
4. G. GUREWITSCH. *Über einige Integralaufgaben der Tensoranalysis.*
5. J. DUBNOW. *Über Tensoren mit nichtskalaren Komponenten.*
6. J. DUBNOW. *Die Differentialgeometrie der Strahlenkongruenzen in tensorieller Darstellung.*

Il y a là de grands travaux, tous apparentés, qui font du volume un véritable traité de Géométrie tensorielle avec prédominance des notions projectives. En 1, nous commençons même par des définitions très précises des espaces projectifs, avec J. Schouten, E. Cartan, H. Weyl, alors qu'il ne manque point d'exposés qui invoquent la projectivité pour n'y recourir, au fond, que très peu. Les notions *géodésiques*, avec équations différentielles associées sont absolument fondamentales pour M. Kagan. Les cas euclidiens éclairent les généralités. En 2, M. Schapiro s'inspire de ces idées pour reconstruire des métriques, notamment celle de Riemann. En 3, l'influence de M. Kagan n'est pas moins grande; il s'agit de reconnaître les caractères métriques sous-projectifs en partant de coordonnées arbitraires. Le Mémoire 4 est, en grande partie, d'inspiration française (Goursat-Cartan). C'est un maniement continu de formes de Pfaff et d'équations aux dérivées partielles généralisées. En 5, le point de vue change. On part de considérations euclidiennes et on les étend avec un large emploi d'intégrales multiples; c'est la méthode *stokienne* qui a toujours eu mes préférences personnelles. D'ailleurs (p. 216) j'ai la satisfaction de retrouver la formule de Paul Appell avec une citation qui me concerne. Quant à la géométrie des congruences, elle est moins avancée que celle des variétés ou espaces proprement dits mais il est naturel qu'elle trouve, en 6, des développements adéquats finalement particularisés jusqu'aux recherches de Ribaucour, de Malus et de Dupin.

Tout cela est de la très belle et très actuelle Géométrie pour laquelle l'Institut moscovite vient certainement de faire beaucoup.

Je puis ajouter quelques lignes en dernière heure.

M. Kagan, auquel j'avais écrit pour le féliciter de la parution ci-dessus, me répond en me faisant part, en effet, d'un vaste projet. Comme je l'avais deviné, au moins partiellement, il s'agit bien de fonder, à Moscou, un vaste centre d'études concernant la Géométrie différentielle, en s'inspirant surtout de Ricci, Levi-Civita et Cartan. Naturellement, les géomètres moscovites comptent sur des appuis occidentaux. Celui de *L'Enseignement mathématique* leur est accordé avec grand enthousiasme.

A. BUHL (Toulouse).

**Actualités scientifiques.** — Fascicules gr. in-8°, avec figures et planches, se vendant séparément à prix divers. Hermann & C<sup>ie</sup>, Paris.

**79.** — Elie CARTAN. *Les Espaces de Finsler* (Exposés de Géométrie. Direction E. Cartan. 42 pages. 1934. Prix: 12 francs). — Pour plus de clarté, je ferai d'abord remarquer que j'ai reçu et analysé ce fascicule après le numéro 80 dû à M. Delens et mentionné ci-dessous. Je ne répéterai donc point des choses déjà dites. Les deux exposés sont d'ailleurs assez différents, M. Cartan semblant plus se soucier de la structure analytique des choses que d'applications qu'il laisse cependant transparaître avec abondance.

Les Espaces finslériens sont certainement le plus grand triomphe, jusqu'ici connu, de la notion d'homogénéité. Certes, on apprend aux très jeunes élèves que les formules de la géométrie euclidienne doivent forcément être homogènes par rapport aux longueurs et l'on établit cela par des considérations métriques, en invoquant la nécessaire invariance de la formule par rapport à un changement d'unité de mesure. Mais, de là à constituer une géométrie générale dans laquelle  $ds$  serait simplement homogène en  $dx^i$ , il y avait un véritable abîme.

Les espaces de Riemann ont reçu un perfectionnement considérable lorsque M. Elie Cartan a su leur adjoindre la torsion. C'était une manière d'analyser la notion du parallélisme à distance si finement disséquée aussi par M. Tullio Levi-Civita. Nous avons maintenant quelque chose d'analogue avec les travaux de L. Berwald qui prolongent très conditionnellement ceux de P. Finsler mais en montrant la portée exacte.

Les Espaces de Finsler sont à connexion euclidienne; on peut en faire la carte sur l'espace euclidien. Les vecteurs ont encore des différentielles absolues  $DX$  qui sont des  $dX$  pourvus d'un terme complémentaire. Le Calcul des variations intervient d'une manière fondamentale quant à une notion de transversalité analogue à la notion classique de perpendicularité. Il y a une métrique angulaire, en un point, d'accord, comme en géométrie euclidienne, avec le concept de longueur vectorielle. Au delà de considérations vectorielles, on trouve encore des tenseurs pourvus d'une dérivation covariante. C'est ici qu'on compare aisément les conceptions de M. Cartan avec celles de Berwald.

Les courbes et les surfaces, toujours analysables par éléments linéaires tangents, conservent, de ce fait, une théorie qui n'apparaît pas comme extrêmement éloignée de la théorie euclidienne et l'on peut se demander si la géométrie finslérienne n'est pas, par excellence, la géométrie sureuclidienne. Trouvera-t-on plus général encore? Il est singulièrement imprudent de vouloir répondre à une question de ce genre mais, pour l'instant il semble bien qu'on ait profité, jusqu'à l'extrême, de la connexion euclidienne. Les théorèmes de Meusnier et d'Euler s'étendent; pour la courbure et la torsion