

**Frank Morley and F. V. Morley. — Inversive  
Geometry. — Un volume in-8° de xn-274 pages  
et 67 figures. Prix: 16 s. net. G. Bell and Sons  
Ltd. Londres, 1933.**

Autor(en): **Buhl, A.**

Objektyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **32 (1933)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **13.07.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Il faut apprendre à tout construire à l'aide des principes initiaux et sans se charger exagérément la mémoire, ce à quoi le livre convie.

Pour les systèmes centrés (ou de révolution) il est très explicitement question d'une approximation, dite de Gauss; surtout quant à la conservation des caractères rectilignes, ce n'est pas évident du tout. Et cependant une seconde science de miroirs, de dioptrés, de lentilles suit avec une logique remarquable.

Les résultats mathématiques sont parfois un peu écourtés comme (p. 3) pour la fonction  $y = x^3$  discutée, pour  $x = 0$ , sans dérivée seconde. La science actuelle est un peu lestement jugée, les mécaniques *anciennes* comprenant la mécanique relativiste. Celle-ci serait fondée aussi sur la notion de point matériel et ne s'appliquerait pas à l'intérieur de l'atome. C'est vraiment trop sommaire. Il y a une mécanique microcosmique relativiste. Mais tout cela nous entraînerait vite fort loin d'un programme élémentaire auquel l'ouvrage préparera les candidats dans de fort bonnes conditions.

A. BUHL (Toulouse).

Frank MORLEY and F. V. MORLEY. — **Inversive Geometry**. — Un volume in-8° de XII-274 pages et 67 figures. Prix: 16 s. net. G. Bell and Sons Ltd. Londres, 1933.

Ce bel exposé, quoique publié à Londres, nous vient de l'Université de Californie. C'est de la géométrie en général non-euclidienne mais toujours mise en rapport étroit avec la géométrie euclidienne. On quitte celle-ci naturellement, sans heurts, quand ses groupes fondamentaux se présentent sous des aspects qui incitent à d'évidentes généralisations. Naturellement la ligne fondamentale de la géométrie inversive est le cercle, le mouvement fondamental par excellence est la rotation; c'est l'occasion de retrouver de fort anciennes merveilles telles que les polygones réguliers et la cyclide de Dupin, de profiter aussi de toutes les anciennes intuitions, de manière à ne pas dépayser le néophyte, mais finalement de situer le tout dans le monde cyclique qui convient à de tels objets.

Il y a là vingt et un chapitres impossibles à analyser en détail mais les titres de certains: X. Flow, XI. Differential Geometry, XVII. Rational Curves, XX. Cremona Transformations, éveillent tout de suite la curiosité comme étant très courts alors que le sujet invoqué pourrait donner, à lui seul, un gros volume. On constate alors que ce sont l'inversion et les propriétés circulaires qui ressortent très brièvement, et d'une manière particulièrement élégante, pour servir d'amorce originelle — et souvent originale — à ces immenses disciplines.

Nous sommes également, d'une manière très actuelle, dans le domaine de variables conjuguées représentées, par exemple, l'une par  $x$  et l'autre par la même lettre surmontée d'un tiret.

A l'homologie  $y = ax + b$  correspond l'antilogie avec  $y$  et  $b$  surlignés. De même pour l'homographie  $\alpha xy + \beta x + \gamma y + \delta = 0$ , à laquelle correspond l'antigraphie avec  $y$  surligné. Les invariances anharmoniques subsistent ainsi sous un double caractère. Les invariants quadratiques permettent, avec Kirkman, de prolonger les configurations pascaliennes.

L'équation générale du troisième degré est mise en relation, sur une figure très simple, avec la trisection angulaire. La géométrie sphérique, grâce à un ingénieux usage de déterminants, livre des propriétés polygonales

dont certaines peuvent ensuite être reprises dans le plan, ce dernier, à cause de ses éléments à l'infini, manquant de l'absolue perfection offerte par la sphère.

C'est le continu usage des imaginaires et de représentations réelles y associées qui conduisent aux flux et aux tourbillons, ces derniers étant bien de la nature d'une rotation. Et ceci ne va pas sans représentation conforme usant de fonctions elliptiques. M. Henri Villat pourrait en témoigner bien qu'il ne soit pas cité.

A propos des polygones réguliers apparaissent des pages et surtout des figures extrêmement curieuses. En cherchant à nouer des bandes de papier, tout comme on ferait avec de simples ficelles, on peut donner aux nœuds des configurations polygonales régulières. Plus loin nous trouvons une cinématique de systèmes articulés déjà conçue, en un cas particulier, par L. de Vinci. Le cercle des neuf points, les circonférences pédales permettent de reprendre la géométrie du triangle d'une manière généralisée qui pourrait rejoindre la géométrie isotrope de M. Haarbleicher dont il sera question dans l'article bibliographique ci-après.

Les courbes  $y = R(x)$ , où  $R$  est une fraction rationnelle, peuvent, après recours éventuel à l'inversion, être décrites cinématiquement de manière très simple. Ceci est une ouverture sur certaines propriétés des coniques d'où l'on passe aux courbes épi ou hypocycloïdales, notamment aux cardioïdes et à l'hypocycloïde à trois rebroussements ou deltoïde. Parmi les transformations de Cremona, il faut surtout citer celles de Geiser et de Bertini. Au delà des roulettes précédentes, on atteint la «  $n$ -line » qui ne peut être considérée comme abstraite, tant elle est génératrice de merveilleuses configurations où n'interviennent que droites et cercles.

J'ai peu insisté sur les géométries elliptiques, hyperboliques, paraboliques qui sont à la base des travaux de Klein et de Poincaré. Ce sont là choses qui maintenant se trouvent partout et, s'il ne s'était agi que de cela, un nouveau livre n'aurait peut-être point été nécessaire. Mais celui-ci sera plus qu'utile puisqu'aux considérations fuchsienues et kleinéennes, il joint une géométrie élémentaire et préliminaire, d'une suprême élégance, d'où l'on partira facilement vers les considérations fonctionnelles élevées.

A. BUHL (Toulouse).

André HAARBLEICHER. — **De l'emploi des droites isotropes comme axes de coordonnées.** Nouvelle Géométrie du Triangle. — Un volume gr. in-8° de VI-80 pages. Prix : 13 francs. Gauthier-Villars & C<sup>ie</sup>. Paris, 1931.

M. André Haarbleicher, collaborateur de *L'Enseignement mathématique*, dans un récent article *Sur les polaires généralisées et courbes moyennes* (31<sup>me</sup> année, 1932, p. 230) a précisément eu l'occasion de citer le présent ouvrage sur les droites isotropes considérées comme axes. Cet ouvrage mérite, à coup sûr, d'être analysé pour lui-même. Il peut s'adresser à de bons élèves de spéciales et n'être qu'un fragment de leur cours; mais le fragment est d'importance et d'une grande élégance. Les D. I. (droites isotropes) sont définissables par rapport à des axes quelconques, mais la réciproque n'est pas vraie: le plan réel n'est pas défini par rapport aux D. I. Une droite quelconque  $a$ , par rapport à deux axes rectangulaires, un coefficient angulaire  $m$  qui, après transformation des coordonnées, devient  $m'$ . Pour les D. I. le coefficient  $i$  reste  $i$ . Pour achever de définir le plan, il