N. Saltykow. — Méthodes modernes d'intégration des Equations aux dérivées partielles du premier ordre à une fonction inconnue (Mémorial des Sciences mathématiques dirigé par Henri Villat; fasc. LXX). — Un fascicule gr. in-8° de 66 pages. Prix: 15 francs...

Autor(en): **Buhl, A.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **32 (1933)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **13.07.2024**

de M. Delens. En attendant, les symboles de Laplace, de Jacobi, de Schrödinger sont unis très simplement en utilisant surtout des considérations d'homogénéité.

H. FEHR.

N. SALTYKOW. — **Méthodes modernes d'intégration des Equations aux dérivées partielles du premier ordre à une fonction inconnue** (Mémorial des Sciences mathématiques dirigé par Henri Villat; fasc. LXX). — Un fascicule gr. in-8° de 66 pages. Prix: 15 francs. Gauthier-Villars & Cie. Paris, 1934.

Encore un sujet où les équations canoniques s'imposent immédiatement et triomphent d'éclatante façon. Soit l'équation F $(x_i, p_i) = 0$. La différentielle de celle-ci est identiquement vérifiée par le système canonique (avec i variant de 1 à n)

$$\frac{dx_i}{dt} = \frac{\partial F}{\partial p_i}, \quad \frac{dp_i}{dt} = - \frac{\partial F}{\partial x_i}$$

qui admet $2n - 1$ intégrales en x, p. Parmi ces intégrales, je puis en *choisir* $n - 1$ qui, jointes à $F = 0$, permettront de déterminer des p_i, en nombre n, avec $n - 1$constantes arbitraires. Enfin $dz = p_i\, dx_i$ doit permettre d'obtenir z, par intégration, avec n constantes. Ce sera l'intégrale *complète*. Mais que de rameaux vont se greffer rapidement sur cette souche archi-sèche !

D'abord il y a le choix souligné qui laisse le champ libre à une foule d'opérations, combinant des intégrales du système canonique. Ensuite il y a la question de l'*élément intégrable dz*; il ne suffit pas de l'écrire comme ci-dessus pour que l'existence de z soit acquise. Il y a une question d'intégrabilité qu'on peut encore aborder par des méthodes fort diverses. Tout cela explique pourquoi un problème d'apparence assez élémentaire a été profondément travaillé, et sous des formes différentes, par d'illustres géomètres tels Jacobi, Cauchy, Bour, Lie, Joseph Bertrand. M. Saltykow fait d'abord l'historique du sujet et insiste beaucoup sur l'élément intégrable auquel correspond une équation aux différentielles totales quand l'équation $F = 0$ contient explicitement la fonction inconnue. Il faut aussi étendre tout cela aux systèmes d'équations. C'est ce que fait l'auteur avec beaucoup d'élégance et grand emploi de déterminants fonctionnels; ces déterminants pourraient même servir à relier la question aux intégrales multiples et aux invariants intégraux mais elle est mise sous une forme qui se suffit à elle-même et qui semble avoir été choisie après de longues méditations. Il ne fallait pas retomber dans des considérations à la Sophus Lie, très générales, à coup sûr, mais qui submergent souvent des régions dont l'abord direct est simple.

Le fascicule résume et prolonge le volume fait, en 1925, sur le même sujet, avec des conférences données en Belgique sous les auspices de la *Fondation Universitaire* (voir *Ens. math.*, 25me année, 1926, p. 138). Il complète également un premier exposé fait dans le fascicule L du même *Mémorial* et déjà analysé ici avec le plus grand intérêt (30e année, 1931, p. 311).

La publication du fascicule retardera peut-être sur celle de ces lignes, la présente analyse ayant été faite sur épreuves.

A. BUHL (Toulouse).