

I. — Introduction.

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **32 (1933)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **13.07.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

et, d'une manière analogue, nous trouverions l'autre

$$4\{t_2\}\{t_4\} = \{a\}\{c\}.$$

Alors

$$\{a\}\{b\}\{c\}\{d\} = 16\{t_1\}\{t_2\}\{t_3\}\{t_4\}$$

et, en définitive,

$$S^2 = \{t_1\}\{t_2\}\{t_3\}\{t_4\}.$$

Catanzaro, juillet 1932.

LA TRANSFORMATION $\omega = \frac{1}{\sqrt{Az^2 + Bz + C}}$

PAR

W. MICHEL (Berne).

I. — INTRODUCTION.

Toute fonction de deux variables complexes de la forme

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{Az^2 + Bz + C}} \tag{1}$$

peut être mise sous la forme

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{z^2 - 1}} \tag{2}$$

par les transformations homothétiques des plans des z et des ω

$$z = \frac{Dz' - B}{2A}, \quad \omega = \frac{2\sqrt{A}}{D}\omega',$$

où nous supposons $D = \sqrt{B^2 - 4AC} \neq 0$.

Le caractère de la représentation d'une fonction n'est pas modifié par une transformation homothétique. Nous pouvons

donc nous borner à étudier la formule (2), qui est plus simple à traiter que la formule (1).

II. — LA SURFACE DE RIEMANN POUR $\omega = \frac{1}{\sqrt{z^2 - 1}}$.

ω ne prend qu'une seule valeur aux points $z_1 = +1$, $z_2 = -1$, $z_3 = \infty$ et à ces points correspondent respectivement les points $\omega_1 = \omega_2 = \infty$, $\omega_3 = 0$ dans le plan des ω . Pour tout autre point du plan des z , ω prend deux valeurs, égales en valeur absolue, mais de signes contraires.

Considérons le plan des z comme étant constitué par deux plans infiniment rapprochés l'un de l'autre. En deux points opposés, la fonction ω prendra deux valeurs ne différant que par le signe. Aux points z_1, z_2, z_3 , les deux valeurs de la fonction sont égales. Ce sont donc des points de ramification de la fonction. Reste à savoir si le plan des ω est lui aussi composé de deux surfaces.

Formons la fonction inverse

$$z = \frac{\sqrt{\omega^2 + 1}}{\omega} = \frac{\sqrt{(\omega + i)(\omega - i)}}{\omega} . \tag{3}$$

Nous en déduisons immédiatement que le plan des ω est aussi double. Ainsi le double plan des z est transformé par la fonction (2) en plan double des ω . La transformation est conforme en chaque point où l'on a

$$\frac{d\omega}{dz} = \frac{-z}{\sqrt{(z^2 - 1)^3}} \neq 0 \quad \text{et} \quad \neq \infty ; \tag{4}$$

on a

$$\frac{d\omega}{dz} = 0 \quad \text{pour} \quad z_3 = \infty , \quad z_4 = 0 ,$$

$$\frac{d\omega}{dz} = \infty \quad \text{pour} \quad z_1 = +1 , \quad z_2 = -1 .$$

Les deux surfaces de Riemann sont donc transformées de façon conforme l'une dans l'autre à l'exception des cinq couples de points

$$\begin{array}{cccccc} z_1 = +1 , & z_2 = -1 , & z_3 = \infty , & z_4 = 0 , & z_5 = 0 , \\ \omega_1 = \infty . & \omega_2 = \infty . & \omega_3 = 0 . & \omega_4 = +i . & \omega_5 = -i . \end{array}$$