

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Band: 32 (1933)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: Waclaw Sierpinski. — Hypothèse du Continu (Monografie Matematyczne, tome IV). — Un volume gr. in-8° de vi-192 pages. Prix: 3,50 dollars U.S.A. Varsovie-Lwów, 1934. Pour l'achat voir plus haut, p. 269.

Autor: Buhl, A.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 16.10.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

singulière et sans lendemain. La biologie mathématique a un avenir certain mais, en parcourant les pages de M. Kostitzin, on pressent que cet avenir sera très différent de celui qui pourrait procéder d'une adaptation à la biologie de quelque théorie déjà faite, de quelque théorie mécanique par exemple. Ainsi, il y a une très grande différence entre la stabilité mécanique, toujours discutable, et la stabilité biologique qui ne l'est guère. La Nature n'a pas, en général, d'essais à insuccès; tout ce qui naît a des raisons de vivre sinon individuellement du moins statistiquement.

Malgré la nouveauté de bien des points de vue, il subsiste cependant que les croissances exponentielles sont toujours fondamentales mais il faut les accommoder avec des systèmes différentiels qui contiennent au moins les variables sous forme quadratique.

Au total, les idées sont profondes et méritent de réussir. Ainsi il y a création non seulement d'une vie mathématique mais de milieux mathématiques propres à cette vie. Et ces milieux sont des sortes d'espaces-temps qui, même artificiels, relèvent d'une grande ingéniosité.

A. BUHL (Toulouse).

Waclaw SIERPINSKI. — **Hypothèse du Continu** (Monografje Matematyczne, tome IV). — Un volume gr. in-8° de vi-192 pages. Prix: 3,50 dollars U.S.A. Varsovie-Lwów, 1934. Pour l'achat voir plus haut, p. 269.

La collection polonaise de Monographies mathématiques dont nous avons annoncé la naissance (voir ce volume, p. 269), se continue de façon magnifique mais, malheureusement pour le critique, dans un style qui défie toute description brève. Ce sont précisément les notions usuelles, à images simples prêtant aisément aux comparaisons, qui sont, à bon droit d'ailleurs, jugées imparfaites et reprises sur une trame logique qui ne peut souvent, elle-même, apparaître comme impeccable mais qui représente, tout de même, l'effort de la pensée vers la création et la construction plutôt que l'asservissement à de simples intuitions.

« On ne connaît aucun ensemble individuel de nombres réels dont on sache qu'il n'est ni fini, ni dénombrable, ni de puissance du continu. Cependant, malgré tous les efforts, on ne sait pas démontrer que ces cas doivent se présenter toujours ». Il y a donc là une généralité, non démontrée jusqu'ici, qui ne peut vraiment exister que comme *hypothèse*. Et cette hypothèse date d'ailleurs de l'illustre Cantor. Elle a été retravaillée par David Hilbert avec les *alephs*, parmi lesquels on pourrait peut-être assigner la puissance du continu. Mais ne sent-on pas encore là quelque chose d'hypothétique? Vraiment c'est le domaine des difficultés initiales où il se peut que les symboles mathématiques, même en caractères hébraïques, n'aient pas plus de précision que l'électron n'a de forme. Qui sait si ce n'est pas un tort de l'esprit que de croire au « fondamental » qu'un travail acharné doit enfin nous livrer?

Cependant le travail n'est jamais inutile; il est ici la source de résultats et de correspondances curieuses. « L'espace à trois dimensions est une somme d'une infinité dénombrable de courbes ». De tels énoncés sont particulièrement vraisemblables et éveillent d'abord une idée de simplicité. Qui sait encore si la science de l'avenir n'abandonnera pas définitivement le *vrai* pour se cantonner dans les notions d'enchaînements simples. Ce

n'est pas la première fois que j'écris de telles choses, en cette même place, mais vraiment l'ouvrage si profond de M. Sierpinski m'y ramène non sans m'apparaître comme une source de prodigieuses réflexions.

L'hypothèse fondamentale a été variée, par M. N. Lusin, au moyen de la notion d'ensemble *linéaire*. Ceci me fait encore penser aux *groupes*, généralement très complexes mais toujours susceptibles de représentations linéaires.

« Il y a des ensembles de nombres réels sur lesquels il existe des fonctions de Baire des classes 0, 1, 2 mais sur lesquels il n'existe aucune fonction de Baire de classe 3. » Curieuse définition d'ensembles par des propriétés fonctionnelles y attachées. Il y a ici quelque chose comme une inversion de la fonction d'ensemble.

Des propriétés d'ensemble peuvent être *héréditaires*, comme appartenant à tout sous-ensemble. La fonction de Baire (représentable analytiquement) et la fonction satisfaisant à la condition de Baire (continuité sur ensemble parfait) jouent un rôle continu dans des travaux d'approche qui sont des modèles de patience et d'art logique.

Plus loin, heureusement, la Géométrie apparaît même dans le voisinage des alephs; il est question (p. 103) d'une infinité dénombrable d'arcs qui, par translations et rotations peuvent couvrir tout le plan.

Je m'arrête. Comment mieux faire? Le mérite de l'ouvrage est grand comme œuvre de condensation. Il réunit très heureusement les points essentiels d'immenses travaux dus notamment à Banach, Braun, Eilenberg, Fréchet, Hausdorff, Hurewicz, Kuratowski, Lebesgue, Lindenbaum, Lusin, Mazurkiewicz, Szpilrajn, Tarski, Ulam, Zermelo. Il faut aimer le sujet et avoir le livre en mains pour bien comprendre tout ce que l'on doit à M. Sierpinski.

A. BUHL (Toulouse).

N. M. GUNTHER. — La Théorie du Potentiel et ses Applications aux Problèmes fondamentaux de la Physique mathématique (Collection de Monographies sur la Théorie des fonctions publiée sous la direction de M. Emile Borel). — Un volume gr. in-8° de 304 pages. Prix: 70 francs. Gauthier-Villars et C^{ie}, Paris, 1934.

Encore un ouvrage qui tente de préciser, de manière de plus en plus délicate, des conditions d'existence et de résolution auxquelles, au simple aspect, on n'est pas porté à songer.

Il faut reconnaître maintenant qu'on n'introduit pas, en Physique mathématique, des surfaces, des volumes, des étendues avec les bonnes vieilles vues intuitives qui s'attachaient autrefois à ces mots. Il y a là des notions intégrales qui ont été l'objet de reconstructions à peu près totales, ce dont la Physique théorique profite sans cesse; la Physique mathématique doit tout naturellement emboîter le pas.

L'ouvrage débute par les trois conditions de Liapounoff s'appliquant à des surfaces limites de domaines; dans les cas les plus simples, ces conditions sont réalisées d'elles-mêmes et il semble fort inutile d'en parler, mais elles permettent d'aborder de façon claire des énoncés dont les conséquences, avec les méthodes d'autrefois, persistaient à ne pas paraître absolument.