H. Dulac. — Curvas definidas por une ecuacion diferencial de primer order y de primer grado. — Un volume gr. in-8° de 180 pages. Prix: 6 pesetas. Junta para ampliacion de Estudios. Seccion de publicationes, Duque de Medinaceli 4. Madrid, 1933.

H. DULAC. — **Curvas definidas por une ecuacion diferencial de primer order y de primer grado.** — Un volume gr. in-8º de 180 pages. Prix: 6 pesetas. Junta para ampliacion de Estudios. Seccion de publicationes, Duque de Medinaceli 4. Madrid, 1933.

Cet élégant ouvrage provient de Leçons professées à Madrid en l'année scolaire 1931-32. Les livres facilement accessibles qui traitent du sujet sont le *Traité d'Analyse* de M. Emile Picard (particulièrement t. III) et le tome premier des *Œuvres* de Poincaré. Mais M. Dulac s'est révélé promptement d'une grande originalité en la matière et son exposition d'ensemble sera certainement appréciée partout comme elle a pu l'être par des auditeurs espagnols.

L'exposition est consacrée à l'étude qualitative des courbes intégrales ou solutions de l'équation

$$\frac{dx}{X} = \frac{dy}{Y} \quad \text{d'où} \quad dx = X(x, y)\,dt\,, \qquad dy = Y(x, y)\,dt\,.$$

Elle a pour but de donner des moyens aussi simples que possible pour déterminer la forme approximative de ces solutions. L'emploi de la représentation paramétrique des courbes solutions, au moyen de la variable t, a permis à Bendixson de compléter les résultats dus à Poincaré et d'en donner des démonstrations simples. Après le rappel des théorèmes relatifs à la forme des solutions, les conséquences qui en résultent pour la disposition de ces solutions, dans le voisinage d'un point singulier, sont mises en évidence. On suppose seulement d'abord que $X(x, y)$ et $Y(x, y)$ satisfont aux conditions de Lipschitz. Certains des résultats sont précisés dans le cas où X et Y sont holomorphes pour les points considérés.

Le rôle que jouent certaines solutions appelées *séparatrices* est signalé. Ces courbes et les solutions fermées divisent le plan en régions telles que les solutions d'une région présentent toutes la même disposition.

Dans le chapitre relatif au cas où X et Y, holomorphes et nuls pour $x = 0, y = 0$ contiennent des termes du premier degré, les règles simples qui permettent de distinguer les cas du nœud, du col ou du foyer sont établies d'une façon élémentaire.

Le cas où l'on peut avoir soit un foyer, soit un centre est particulièrement examiné, ainsi que celui où une seule des expressions X ou Y contient des termes du premier degré, l'autre ne contenant que des termes de degré supérieur.

Les branches infinies des solutions ont été étudiées dans un chapitre spécial, en raison de leur importance dans la détermination de la forme d'une courbe.

Dans un dernier chapitre, sont exposées les méthodes qui permettent de déterminer, dans les cas plus compliqués, la disposition des solutions au voisinage d'un point singulier. Par ces méthodes on obtient, au moyen de changements successifs de variables, des équations différentielles mettant en évidence chacune un groupe de solutions aboutissant à un point singulier. L'auteur montre comment doit être complétée la méthode de Briot et Bouquet, pour que celle-ci fournisse, dans le champ réel, comme la méthode de Bendixson, toutes les solutions cherchées. Il résulte de cette discussion des indications sur l'avantage que la méthode de Briot et Bouquet présente dans certains cas.

Il y a là des comparaisons très intéressantes entre les méthodes de l'âge héroïque de la théorie et les méthodes modernes pour lesquelles nous devons beaucoup à M. Dulac lui-même.

A. Buhl (Toulouse).

Václav Hlavatý. — **Les Courbes de la Variété générale à n dimensions** (Mémorial des Sciences mathématiques dirigé par Henri Villat; fasc. LXIII). — Un fascicule gr. in-8° de 74 pages. Prix: 15 francs. Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1934.

Ce fascicule sera particulièrement bienvenu. A ceux qui ne connaîtraient pas l'auteur, je puis présenter celui-ci comme un jeune homme extrêmement aimable, semblant parler, dans les Congrès, à peu près toutes les langues, érudit de premier ordre dans les sujets dont il s'occupe et d'ailleurs brillant Professeur à l'Université Charles de Prague. Une extrême facilité d'assimilation et de généralisation lui a été presque nuisible. Comment étudier Hlavatý ? Il a tant de symboles à lui, de notations nouvelles, d'idées ultra-générales où les définitions sont par trop sommaires. Maintenant toutes ces craintes tombent. Le savant géomètre vient de réaliser un exposé méthodique des plus clairs où le Calcul différentiel absolu se manifeste en sa plus belle forme géométrique.

Notons d'abord qu'un *affineur* est distingué d'un tenseur; l'affineur est plus général, le tenseur ne venant qu'ensuite avec certaines symétries d'indices. Déjà ici le Calcul dit parfois « tensoriel » peut prêter à des confusions, la dérivation covariante appartenant aux affineurs. La courbure dépend, de même, d'un affineur. L'espace n fois étendu est doué d'une connexion métrique avec torsion, le ds^2 ayant la définition riemannienne habituelle, si bien que là où l'on nous parle modestement de « courbes » il y a, en réalité, un procédé d'analyse absolument complet pour l'espace polydimensionnel incurvé et tordu. Il y a des développements tayloriens en s qui, dans des circonstances très générales, conservent une structure euclidienne, ceci grâce à la notion de *verseur* également favorable à un maintien quasi-intuitif des formules de Frenet. Les notions géodésiques sont précédées par l'auto-parallélisme. Il y a aussi une curieuse déformation infinitésimale qui revient à la considération de coordonnées *troublées* par des termes additifs à coefficient ε. L'espace se trouble à la manière des systèmes mécaniques ou physiques probablement parce qu'au fond, il n'en diffère pas. Le rayon de lumière est auto-parallèle. Ainsi tout le symbolisme employé, malgré son aspect parfois ardu, est extrêmement proche des réalités.

La bibliographie est très riche; j'y relève Berwald, Blaschke, Bompiani, Bortolotti, Cartan, De Donder, Gambier, Godeaux, Juvet, Levi-Civita, Mc Connell, Schouten, Veblen, Weyl, sans oublier le sympathique auteur d'une si remarquable mise au point.

A. Buhl (Toulouse).