

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 33 (1934)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: P. Couderc et A. Balliccioni. — Premier livre du Tétraèdre. Préface de M. Henri Villat. — Un vol. gr. in-8° de viii-204 pages et 107 figures. Prix: 40 francs. Gauthier-Villars & Cie. Paris, 1935.

Autor: Vincensini, P.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 25.01.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

et Physique théorique restent fermées. On va ainsi jusqu'au Principe de la moindre action et il ne faudrait pas ajouter grand'chose, à tout ceci, pour se trouver au seuil de la Gravifique ou de la Mécanique ondulatoire.

N'exagérons rien. Nous avons analysé ici de gros ouvrages sur le Calcul des Variations. On ne les égalera point en 48 pages. Mais nous en avons eu aussi de fort réduits par exemple celui de G.-A. Bliss (voir *Ens. math.*, 31^e année, 1932, p. 141) originaire de l'Université de Chicago. Nous souhaiterions volontiers des comparaisons entre ces portraits en raccourci. Et les études associées de tels portraits pourraient peut-être équivaloir à celle de quelque ouvrage d'aspect plus important. A. BUHL (Toulouse).

P. COUDERC et A. BALLICIONI. — **Premier livre du Tétraèdre.** Préface de M. Henri Villat. — Un vol. gr. in-8° de VIII-204 pages et 107 figures. Prix: 40 francs. Gauthier-Villars & C^{ie}. Paris, 1935.

1. Grâce à cet ouvrage une lacune regrettable se trouve comblée et l'article de M. Emile Turrière publié, d'autre part, en ce fascicule, prouve l'utilité d'une remise au jour et d'une mise à jour de la géométrie tétraédrale.

Voici enfin le premier Traité synthétique des propriétés *fondamentales* du tétraèdre; non pas une généralisation de ce qu'il est convenu d'appeler géométrie « moderne » du triangle, mais une extension, au tétraèdre, des propriétés *élémentaires* du triangle, du moins dans la mesure où cette extension paraît s'imposer naturellement à l'esprit.

Ce beau livre de géométrie se signale, avant tout, par la simplicité des moyens mis en œuvre pour atteindre des résultats d'apparence complexes. Le programme de la classe de Première des Lycées français est rarement dépassé, et cependant, que de questions de Concours général ou d'Agrégation résolues, pour ainsi dire, automatiquement.

Une analyse rapide des matières traitées éclaircira mieux ce qui vient d'être dit.

2. Après avoir passé en revue les propriétés principales des trièdres, les auteurs mettent en lumière la notion de corrélation; ils rappellent les conditions angulaires de concours de trois plans issus des arêtes, ou de coplanéité de trois droites issues du sommet et menées dans les faces. Les exemples illustrant les théorèmes généraux sont choisis avec le souci évident, non seulement de conserver mais de renforcer la belle unité de l'ouvrage; ainsi, par exemple, l'étude du trièdre trirectangle prépare celle du tétraèdre *équifacial*, celui-là étant à la base de la construction de celui-ci.

Ce souci d'unification apparaît surtout dans l'étude du *quadrilatère gauche* que les auteurs considèrent en tant qu'élément d'un tétraèdre. Quelques propriétés générales et bien connues des droites concourantes (ou des points coplanaires) que l'on peut attacher à un tel quadrilatère étant rappelées, il est procédé à une étude systématique des sphères tangentes aux quatre côtés (illimités). Les divers cas, du cas général où il y a huit solutions aux cas particuliers où il y en a une infinité, sont étudiés d'une manière qui peut paraître définitive. Certains aspects de la question firent l'objet du problème d'Agrégation de 1912.

L'étude rigoureuse du cas général où les arêtes ne sont liées par aucune relation métrique, montre en particulier que les points de contact d'une même arête avec les huit sphères quadritangentes se répartissent en quatre couples de points symétriques par rapport au milieu de l'arête envisagée.

A signaler aussi la précision avec laquelle sont étudiés les deux cas particuliers où deux des côtés ont la même somme que les deux autres.

3. Trois chapitres sont consacrés au *tétraèdre quelconque*. Ils constituent le cœur de l'ouvrage. Y sont étudiés les divers centres de gravité, les milieux des côtés (avec leurs parallélogrammes et leur octaèdre), et (nouveau sans doute) le *trièdre fondamental* attaché à un tétraèdre et leur interdépendance. Signalons aussi une introduction naturelle des coordonnées tétraédriques, leur application connue aux sphères quadritangentes, et, probablement inédites, certaines relations entre les arêtes opposées et les fonctions circulaires des rectilignes des dièdres opposés.

Une généralisation des droites concourantes ou des points coplanaires attachés à un quadrilatère gauche est faite au tétraèdre. A noter en outre une ébauche d'étude de droites remarquables ou d'éléments égaux, ainsi qu'un résultat assez inattendu de l'étude des sphères tangentes aux six arêtes (illimitées): lorsque celles-ci existent, il peut y en avoir — dans des cas singuliers — une, deux, quatre ou cinq, mais *jamais* trois.

4. Dans le chapitre « Relations métriques » les auteurs ont manifestement voulu soumettre au calcul les éléments habituellement étudiés en géométrie plane ou leurs analogues dans l'espace (théorème de Leibnitz, droites des milieux, médianes, bissectrices, puissances du centre de gravité et des points équidistants des faces par rapport à la sphère circonscrite, hauteurs et volume, rayons des sphères principales, plus courtes distances des arêtes opposées, segments que ces dernières déterminent sur les arêtes, etc...).

A signaler spécialement la relation

$$\sum \frac{1}{h^2} = \sum \frac{1}{\delta^2}$$

entre les hauteurs et les plus courtes distances. Cette relation, un peu oubliée, avait fait l'objet d'une communication de Tœplitz dans un périodique allemand (1869); les auteurs l'ont redécouverte, en donnant deux démonstrations (dont l'une géométrique) et plusieurs applications.

5. Vient ensuite l'étude des tétraèdres particuliers, avec une synthèse à peu près complète des propriétés du *tétraèdre orthocentrique*, extension à l'espace — à beaucoup d'égards — du triangle quelconque. La nature des faces est examinée avec un soin tout particulier, ainsi que la position des sphères d'Euler par rapport à la sphère circonscrite. Le trièdre fondamental joue ici un rôle essentiel; les relations métriques établies pour le tétraèdre général sont reprises avec minutie; il en est ajouté de nouvelles; plusieurs théorèmes nous paraissent inédits.

Le *tétraèdre équi-facial* amène tout naturellement les auteurs à donner, en quelques pages, une solution fort élégante d'un problème posé en 1922 au Concours d'Agrégation.

Les cas, plus particuliers, des tétraèdres *trirectangle* et *régulier*, sont également examinés, et leur étude est complétée par la résolution de quelques exercices proposés par M. Hadamard dans son beau *Traité de Géométrie*. Enfin, quelques questions relatives aux extrémums ou aux symétries.

L'ouvrage se termine par une comparaison des propriétés du triangle et du tétraèdre, faite d'un point de vue général.

Les auteurs ont amorcé de-ci de-là le programme d'un second volume, d'un niveau plus élevé, dans lequel les procédés de la géométrie analytique seront largement mis à contribution.

Nous y trouverons sans doute une étude originale de l'hyperboloïde des hauteurs (avec examen du cas, particulièrement intéressant, où l'hyperboloïde est de révolution), une ébauche de trigonométrie du tétraèdre, l'étude de certaines correspondances remarquables entre deux tétraèdres. Peut-être aurons-nous aussi une variété de généralisation du théorème de Feuerbach !

P. VINCENSINI (Paris).

R. ROTHE. — **Höhere Mathematik** für Mathematiker, Physiker u. Ingenieure, III (Teubners mathem. Leitfäden, Band 23). — Un vol. in-8° de 238 p. et 170 fig., cart. RM 6,60; B. G. Teubner Leipzig et Berlin, 1935.

Nous avons déjà signalé les deux premiers volumes du Précis de Mathématiques supérieures rédigé par M. Rothe, professeur à l'École technique supérieure de Berlin. Le premier volume (*Differentialrechnung u. Grundformeln der Integralrechnung nebst Anwendungen*) vient de paraître en quatrième édition, et le second, (*Integralrechnung, Unendliche Reihen. Vektorrechnung nebst Anwendungen*) en deuxième édition. C'est dire que ce manuel remporte un réel succès. Ce succès est d'ailleurs bien mérité tant par la clarté de l'exposé que par le choix judicieux des matières dont la connaissance est indispensable aux mathématiciens, aux physiciens et aux ingénieurs, tout au moins dans une première étude.

Le troisième volume porte en sous-titre: *Raumkurven u. Flächen. Linienintegrale u. mehrfache Integrale. Gewöhnliche u. partielle Differentialgleichungen nebst Anwendungen*. Il débute par des notions sur les surfaces et les coordonnées curvilignes: représentation paramétrique des surfaces, élément linéaire, élément superficiel, élément de volume; surfaces usuelles.

Puis viennent les intégrales curvilignes dans l'espace, les intégrales doubles et multiples, ainsi que les théorèmes de Stokes, Gauss et Green. La dernière partie du volume est consacrée aux équations différentielles, dont l'étude porte principalement sur les cas classiques utiles aux physiciens et aux ingénieurs.

Chaque fois que l'occasion se présente, l'auteur montre comment ces notions théoriques interviennent dans les applications à la mécanique, à la physique et à l'électricité. En outre la plupart des paragraphes sont suivis d'exercices (97 au total) avec quelques indications quant à la marche à suivre.

Rappelons pour terminer que l'ouvrage de M. Rothe comprend encore un quatrième volume spécialement consacré à des exercices et problèmes théoriques et pratiques; trois fascicules ont déjà paru. H. FEHR.

V. SNYDER, A. H. BLACK and L. A. DYE. — **Selected Topics in algebraic Geometry II** (Supplemental Report of the Committee on rational Transformations, Bulletin of the National Research Council, N. 96). — Un vol. in-8° de 84 p., broché \$1.00; The National Academy of Science, Washington D. C., 1934.

Il y a une douzaine d'années, le Conseil de recherches de l'Académie des Sciences de Washington a chargé une commission de présenter d'une