

# trisection de l'angle.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **33 (1934)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **13.09.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Les autres, au contraire, *comportant un certain tâtonnement* dans la mise en place d'une des lignes qui y interviennent (tâtonnement, d'ailleurs, d'une réalisation toujours rapide et que peut faciliter l'emploi d'une courbe d'erreur), aboutiraient, si leur exécution était affranchie de toute erreur, au résultat théoriquement exact. Je dis de celles-ci qu'elles sont *anormales*.

2. — Il va sans dire que s'il s'agit d'un problème d'ordre transcendant, il ne peut être question que de constructions normales. C'est le cas, par exemple, pour la quadrature du cercle, ou, plus généralement, pour la rectification d'un arc de cercle quelconque. On voudra bien, à cette occasion, me permettre de rappeler que j'ai fait connaître<sup>1</sup> de ce dernier problème une solution normale, d'une extrême simplicité, fournissant en pratique toute la précision que l'on peut désirer.

Pour les problèmes d'ordre algébrique, on a le choix entre des solutions normales et des solutions anormales; c'est notamment le cas du problème de la trisection de l'angle, auquel va être consacrée cette étude.

#### LA TRISECTION DE L'ANGLE.

3. — Il convient de remarquer tout d'abord que l'on peut se borner au seul cas des angles aigus, attendu que, s'il s'agit d'un angle obtus, il suffit, pour en avoir le tiers, de retrancher le tiers de l'angle aigu supplémentaire de l'angle de  $60^\circ$  dont la construction est rigoureuse.

La plupart des solutions proposées pour le problème de la trisection sont du type anormal, à commencer par celle, dite de Nicomède, la plus classique, qui peut s'énoncer ainsi: *si un cercle, de rayon  $r$  quelconque, ayant pour centre le sommet  $O$  de l'angle  $AOB$  à trisecter, coupe les côtés de cet angle en  $A$  et  $B$ <sup>2</sup>, la droite issue de  $B$  qui coupe le cercle en  $C$  et la droite  $OA$  en  $D$ , de*

<sup>1</sup> *Nouvelles Annales de Mathématiques*, 4<sup>m</sup>e série, t. VII, p. 1; 1907. Voici cette construction: si le point  $C$  de la corde  $AB$  est tel que  $AC = \frac{2}{3}AB$  et que le rayon  $OC$  coupe l'arc  $AB$  en  $D$ , on a très sensiblement corde  $AD = \frac{2}{3}$  arc  $AB$ .

<sup>2</sup> Le lecteur est prié de faire la figure.

telle sorte que  $CD = r$ , est parallèle à la trisectrice cherchée. En effet, les triangles  $OBC$  et  $COD$  étant isocèles, on a les égalités d'angles  $AOB = OBD + ODB$ , et  $OBD = OCB = 2ODB$ , d'où  $AOB = 3ODB$ .

J'ai, pour ma part, fait connaître<sup>1</sup> une propriété fort simple se traduisant par une autre construction anormale: *si la trisectrice issue de  $O$  coupe en  $E$  la corde  $AB$  du cercle et en  $F$  le cercle de centre  $A$  et de rayon  $AO$ , on a  $EF = OA$ . En effet, si l'on pose  $AOB = \omega$ , les angles  $AOF$  et  $AFO$  sont égaux à  $\frac{\omega}{3}$ ,  $OAB$  et  $OBA$  à  $\frac{\pi}{2} - \frac{\omega}{2}$ , on en déduit que  $OAF = \pi - \frac{2\omega}{3}$ , puis que  $EAF = OAF - OAB = \frac{\pi}{2} + \frac{\omega}{2} - \frac{2\omega}{3}$  et que  $AEF = \pi - EOB - OBA = \frac{\pi}{2} + \frac{\omega}{2} - \frac{2\omega}{3}$ ; donc  $EAF = AEF$ ; par suite, le triangle  $FAE$  est isocèle et  $EF = AF = r$ .*

Mais les solutions les plus intéressantes, au point de vue du tracé, sont les solutions normales; nous allons en examiner ici quelques-unes particulièrement dignes de remarque.

4. — Rappelons tout d'abord qu'il n'est ici question que d'angles  $\omega$  compris entre  $0$  et  $90^\circ$ . Toute construction normale appliquée à un tel angle fournit un angle  $\theta$  présentant par rapport à  $\frac{\omega}{3}$  un certain écart  $\varepsilon$ , d'ailleurs supposé négligeable, mais qui peut se déterminer mathématiquement et dont la considération conduit à une nouvelle distinction à observer parmi ces solutions normales: suivant que, pour  $\omega$  variant de  $0$  à  $90^\circ$ ,  $\varepsilon$  croît constamment à partir de  $0$  jusqu'à une certaine valeur  $\mathcal{E}$ , ou s'annule pour  $\omega = 0$  et  $\omega = 90^\circ$ , en présentant un maximum dans l'intervalle, la solution est dite à *écart ouvert jusqu'à  $\mathcal{E}$* , ou à *écart fermé*. Notre attention va d'abord se porter sur deux solutions à écart fermé, puis sur une troisième à écart ouvert.

#### PREMIÈRE SOLUTION NORMALE (A ÉCART FERMÉ).

5. — Marquons sur l'axe  $Ox$  les points  $O''$ ,  $O'$  et  $A$  tels qu'en suivant le sens positif on ait  $O''O' = O'O = OA = 1$ , les

<sup>1</sup> *Revue générale des sciences*, t. XLIV, p. 625; 1933.