

7. – SUR LES CORRESPONDANCES TRANSFORMÉES

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **33 (1934)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **13.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

faire d'une manière plus naturelle, comme suit. On prendra la symétrique σ'_1 de σ_1 par rapport à la frontière γ_0

$$\zeta' = \frac{1}{\zeta},$$

les points homologues étant toujours pris sur le même feuillet. La réunion Σ_2 de σ_1 et de σ'_1 est une surface à p feuillets dont chacun recouvre tout le plan. Elle a $p - 1$ points de ramification de σ_1 et $p - 1$ points de ramification symétriques de σ'_1 qui établissent la connexion entre les mêmes feuillets. Σ_2 est de « genre zéro » et elle est encore homéomorphe au plan complet. En vertu du théorème déjà utilisé de SCHWARZ, Σ_2 se laisse représenter conformément et biunivoquement sur un plan complet.

Soient $u = u(\zeta)$ cette correspondance et $\zeta = R(u)$ la correspondance inverse. Un raisonnement semblable à celui déjà fait au paragraphe précédent, permet d'affirmer que $R(u)$ est une fonction rationnelle de degré p à cercle fondamental. Donc σ se transforme en une aire D du plan u biunivoquement et conformément. Comme la correspondance entre d et σ jouissait de la même propriété, la transformation ($z \rightarrow u$) donnée par

$$F(z) = R(u)$$

est une représentation conforme, biunivoque du domaine d sur un domaine D du plan u . Au contour c_0 correspond ainsi le cercle fondamental de rayon unité et aux contours c_i correspondent p cassiniennes généralisées sans point commun, chacune entourant un des zéros de $R(u)$. Ce sont les représentations que M. Julia a fait connaître récemment.

7. — SUR LES CORRESPONDANCES TRANSFORMÉES.

Les polynômes $P(u)$ de M. de la Vallée Poussin ne sont pas entièrement déterminés, mais il est facile de voir que tous ceux qui dérivent d'une même surface Σ_1 se déduisent de l'un d'entre eux par la relation

$$P(u) = P_0(au + b).$$

Nous pourrions toujours normaliser cette classe en imposant aux polynômes $P(u)$ d'avoir un coefficient de u^n égal à un en module. Il est clair qu'alors on doit avoir $|a| = 1$ pour que $P(u)$ satisfasse à cette condition en même temps que $P_0(u)$. L'aire canonique D sur laquelle on représente d n'est donc déterminée qu'à une transformation près de la forme

$$(u \rightarrow ue^{i\theta} + b)$$

qui n'est qu'un déplacement euclidien.

Concevons, alors, deux domaines d et d' qui puissent être mis en correspondance conforme, puis passons aux aires D et D' correspondantes et canoniques de M. de la Vallée Poussin. Le passage du plan z de d et d' au plan u de D et D' a donc pour effet de *linéariser la correspondance conforme entre D et D'* .

De même, les fonctions $R(u)$ appartiennent à une famille dépendant de trois constantes réelles

$$R(u) = R_0 \left[\frac{u - a}{1 - \bar{a}u} e^{i\theta} \right].$$

Une correspondance conforme entre deux aires de même classe d et d' du plan z est transformée par $F(z) = R(u)$ en la substitution

$$\left(u \rightarrow \frac{u - a}{1 - \bar{a}u} e^{i\theta} \right)$$

qui correspond, comme on le sait depuis Poincaré, à un déplacement non euclidien du plan de Lobatchewsky. L'effet de la projection sur le domaine canonique de M. Julia est donc encore de *linéariser au sens non euclidien* la correspondance entre les deux domaines primitivement donnés d et d' .

Nous avons déjà vu que la surface σ dépend de $3p - 3$ paramètres réels. Il en est de même évidemment des domaines canoniques de M. de la Vallée Poussin: p pour $\lambda_1 \dots \lambda_p$, $2p$ pour fixer les zéros de $P(u)$ et enfin trois à soustraire, un pour θ et deux pour b à cause de l'indétermination due au déplacement euclidien précédent. L'on retrouverait exactement le même nombre de paramètres pour la représentation de M. Julia. Mais ici ces paramètres ne sont *pas entièrement arbitraires*, car nous avons supposé que F' ne s'annulait pas sur la frontière de d .