

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Band:** 33 (1934)  
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** LA REPRÉSENTATION CONFORME DES AIRES MULTIPLEMENT  
CONNEXES  
**Kapitel:** 8. — Cas où  $F'$  a des zéros sur la frontière.  
**Autor:** Julia, G.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-25992>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 15.10.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

8. -- CAS OU  $F'$  A DES ZÉROS SUR LA FRONTIÈRE.

Nous savons que les représentations de MM. de la Vallée Poussin et Julia sont possibles si  $F'$  ne s'annule pas sur la frontière de  $d$ . Les cassiniennes du plan des  $u$  sont alors des courbes analytiques et régulières et n'ont pas de point multiple. Elles ne sont d'autre part régulières que dans ce cas là car, l'annulation de la dérivée introduirait des points multiples des cassiniennes envisagées. Par conséquent, la condition nécessaire et suffisante pour que les représentations précédentes soient possibles est que  $F'$  ne s'annule pas sur les  $c_i$ .

M. de la Vallée Poussin évitait la difficulté en augmentant le degré du polynôme:  $P(u)$ . M. Julia montre qu'il est encore possible de représenter le domaine donné de connexion  $p + 1$  sur une aire limitée par  $p + 1$  courbes

$$|P(u)| = e^{i\theta}, \quad \theta = 0, 1, \dots, p$$

$P$  étant toujours de degré  $p$ . Portons notre attention pour fixer les idées, sur le cas  $p = 2$ . Nous avons ici  $2a + b = 2p - 2 = 2$ , ce qui exige  $a = 0$  et  $b = 2$ . Il n'y a plus de point de ramification sur la surface  $\sigma$  elle-même, mais il y a, sur le contour  $c_1$  intermédiaire, deux racines simples ou une racine double. Envisageons le cas de deux racines simples  $z_1$  et  $z_2$  et supposons en plus les  $\lambda$  différents. Alors, lorsque le point  $z$  passe par  $z_1$  ou  $z_2$  en décrivant  $c_1$ , le point  $\zeta = F(z)$  rebrousse chemin sur  $\gamma_1$ : il y a ainsi deux points de rebroussement  $\zeta_1 = F(z_1)$  et  $\zeta_2 = F(z_2)$ . La surface  $\sigma'$ , correspondant par  $\zeta = F(z)$  à un domaine du plan  $z$  débordant sur l'intérieur de  $c_1$ , admettrait les deux points  $\zeta_1$  et  $\zeta_2$ , correspondant à  $z_1$  et  $z_2$ , comme points de ramification. Il n'y a toujours, dans ce cas, qu'un seul feuillet entre  $\gamma_2$  et  $\gamma_1$  et deux entre  $\gamma_1$  et  $\gamma_0$ . L'anneau du feuillet projeté entre  $\gamma_2$  et  $\gamma_1$  est limité extérieurement (outre  $\gamma_2$ ) par un arc  $\zeta_1\zeta_2$  qui appartient à  $\gamma_1$  et par un *arc de passage* qui unit les deux anneaux  $[\gamma_2 \gamma_1]$  et  $[\gamma_1, \gamma_0]$ . On trouvera dans un article récent paru en Suisse (*Commentarii Mathematici Helvetici*, volume 4, 1932, p. 106) une étude détaillée de ce cas.

Revenons au cas général de  $p$  quelconque et contentons-nous de décrire la disposition des cassiniennes. L'on aurait, en partant de  $\Sigma_1$ ,

$$F(z) = \zeta = P(u) = (u - u_1) \dots (u - u_p) .$$

Alors, le domaine canonique est limité: extérieurement, par la cassinienne  $\Gamma_0: |P(u)| = 1$  qui est régulière et entoure les  $p$  zéros de  $P$ ; intérieurement, par  $p$  cassiniennes, tronquées ou non,  $\Gamma_1 \dots \Gamma_p$ .  $\Gamma_p$  est un ovale (courbe régulière) entourant  $u_p$  seul. Les  $\Gamma_i$  intermédiaires se composent d'une boucle fermée entourant un seul zéro de  $P$  et de  $\nu_i$  boucles tronquées suivant

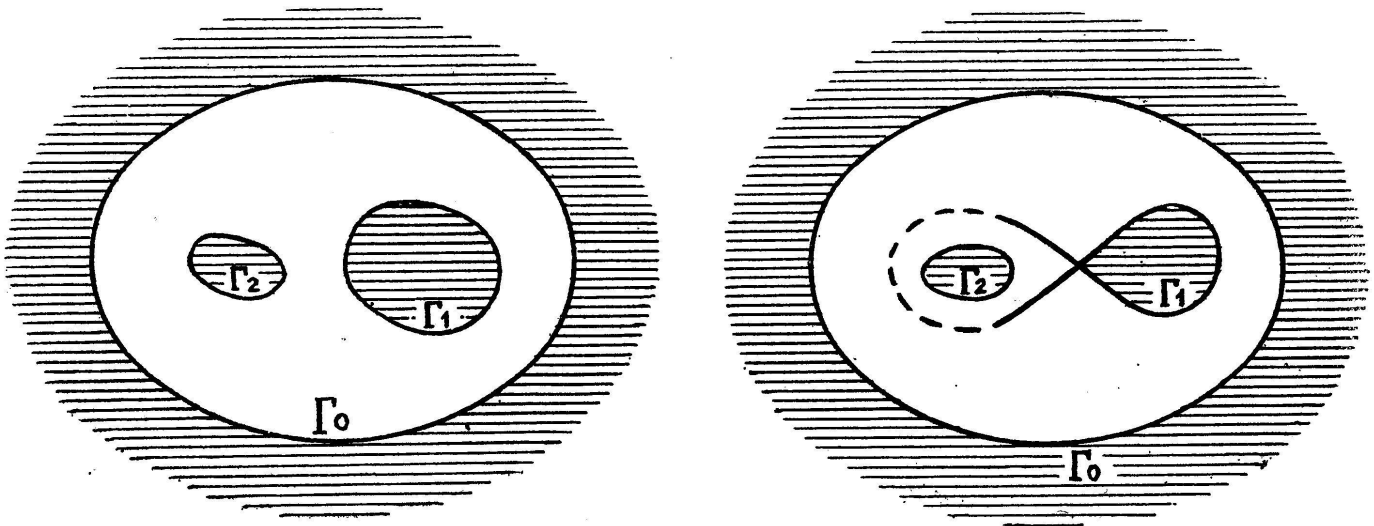


Fig. 5.

Disposition des cassiniennes pour  $p = 2$ .

des arcs qui correspondent aux arcs de passage, s'il y a  $2\nu_i$  zéros de  $F'(z)$  sur  $c_i$ ;  $\Gamma_i$  a  $\nu_i$  points doubles à tangentes rectangulaires. Topologiquement, les cassiniennes tronquées sont des courbes fermées, adjacentes à un ou plusieurs arbres extérieurs.

Partant de  $\Sigma_2$  et de la relation  $F(z) = R(u)$ , les mêmes remarques subsisteront.

## 9. — RETOUR AU POINT DE VUE ALGÈBRE.

Nous voudrions montrer enfin que ces résultats nouveaux peuvent être rattachés fortement aux recherches algébriques anciennes et notamment aux travaux de Schottky.