Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Band: 33 (1934)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Kapitel: I. — A propos du tranchet d'Archimède

MÉLANGES ET CORRESPONDANCE

Extraits de lettres de M. D'OCAGNE.

I. — A propos du tranchet d'Archimède

Mon article sur le tranchet d'Archimède, inséré dans les nos 1-2 de L'*Enseignement Mathématique* (1934, p. 73) m'a valu deux communications que je crois devoir porter à la connaissance des lecteurs en me référant aux notations et à la figure dudit article.

La première, due à M. Victor THÉBAULT, m'a appris que l'égalité des rayons des cercles inscrits dans les triangles à côtés circulaires ABU et BCU (ou ACV et CBV) a déjà été démontrée par M. COCHEZ, en 1877, dans le *Journal de Mathématiques élémentaires* de Longchamps (p. 354), et que, pour sa part, il a donné une autre démonstration de cette proposition, en 1931, dans *Mathésis* (p. 77) en retrouvant les formules que j'avais moi-même précédemment obtenues et dont j'avais fait, en 1927, dans les *Nouvelles Annales de Mathématiques* (6me série, t. II, p. 57) l'objet de la question 2495. Or, cette question est restée sans réponse par suite de la cessation de la publication de ce dernier recueil. C'est en raison de cette circonstance que j'ai crû à propos de donner à L'*Enseignement Mathématique*, dans le susdit article, la démonstration par laquelle j'étais arrivé à ces formules, celles mêmes qui figurent à la dernière ligne de la page 76 de cet article.

La seconde des communications sus-visées, émanant de M. Charles BIOCHE, attirait mon attention sur la détermination du centre de gravité G de l'aire du tranchet.

Si l'on adopte la droite A_0B et sa perpendiculaire en A_0 pour axes des x et des y, on trouve bien aisément pour les coordonnées de G, en prenant successivement les moments par rapport à A_0y et A_0x,

$$x = \frac{b-c}{2} = b - \frac{a}{2} = \frac{a}{2} - c \quad , \quad y = \frac{2a}{\pi} .$$

Cet y, ainsi que l'a remarqué M. Bioche, est celui du centre de gravit G_0 de l'arc de demi-cercle BC, et, par suite, pour A variant sur BC, G reste sur la parallèle à cette droite menée par G_0. De plus, les positions extrêmes G' et G'' de G correspondant à $c = 0$ et $b = 0$, ont pour abscisses $x = \frac{a}{2}$ et $x = -\frac{a}{2}$. Enfin le point G correspondant à une position donnée de A sur BC est tel que $G''G = b$, $GG' = c$.

A mon tour, j'ai été ainsi amené à me poser la question suivante: le point G étant manifestement à l'intérieur du tranchet lorsque A est dans le voisinage de A_0 (milieu de BC) et à l'extérieur lorsque A est dans le voisinage de B ou de C, pour quelle position de A, le point G vient-il se placer sur le contour même du tranchet ? Pour qu'il en soit ainsi, il faut et il suffit que b ou c ait même longueur que A_0G' et A_0G'', ainsi qu'on le voit bien aisément. Autrement dit: si le cercle de centre A_0 passant par G' et G'' coupe BC aux points C'_0 (du côté de B) et B''_0 (du côté de C), et que A' et A'' soient respectivement les symétriques de B par rapport à C'_0 et de C par rapport à B''_0, *le centre de gravité* G *est à l'intérieur ou à l'extérieur du tranchet suivant que* A *est à l'intérieur ou à l'extérieur du segment* $A'A''$.

Tout cela suppose la détermination préalable de G_C, détermination qui, bien entendu, ne peut être qu'approchée. Je ne sais si l'on a déjà observé qu'elle peut être obtenue avec une approximation largement suffisante (puisqu'elle ne comporte qu'une erreur relative de 0,0004) par application de la classique construction de Mascheroni pour la rectification du quart de cercle. La valeur de l'ordonnée de G_0 peut, en effet, s'écrire

$$y = \frac{a^2}{\frac{\pi a}{2}}.$$

Or, la construction de Mascheroni pour $\frac{1}{2}\pi a$ peut s'énoncer ainsi: si le cercle de centre C et de rayon a coupe le demi-cercle BC en K, que le cercle de centre B et de rayon BK coupe A_0y en L, enfin que le cercle de centre K et de rayon KL coupe le demi-cercle BC en M, on a (au degré d'approximation qui vient d'être dit)

$$CM = \frac{\pi a}{2}.$$

Si donc on reporte ce segment CM en CN sur la perpendiculaire élevée en C à CB, et que l'on tire la droite A_0N, on voit que *le point* G_0 *se trouve à la rencontre de* A_0y *et de la perpendiculaire abaissée de* C *sur* A_0N.

Paris, 22 janvier 1935.

M. D'OCAGNE.