W. DE SITTER (1872-1934). — Nous apprenons la mort de l'astronome hollandais W. de Sitter, bien connu pour ses travaux de mécanique céleste et de la théorie de la relativité. Nommé professeur d'astronomie à l'Université de Leyde en 1908, il fut appelé à la direction de l'Observatoire de Leyde en 1918. W. de Sitter était Membre correspondant de l'Académie des Sciences de Paris et Associé étranger de l'Académie nationale des Sciences de Washington.

M. Ed. VON WEBER, professeur à l'Université de Würzbourg, est décédé à l'âge de 64 ans.

M. Konrad ZINDLER, professeur émérite de l'Université d'Innsbruck, auteur du traité de géométrie réglée intitulé *Liniengeometrie mit Anwendungen*, est décédé à l'âge de 68 ans.

BIBLIOGRAPHIE

Marshall Harvey STONE. — **Linear Transformations in Hilbert Space and their Applications to Analysis** (American Mathematical Society Colloquium Publications, Volume XV). — Un vol. in-8° (24 × 16) de VIII-622 pages. Prix: $6,50. Published by the American Mathematical Society. New-York, 501 West 116th Street. 1932.

C'est évidemment avec un certain retard que nous signalons ce bel ouvrage publié en 1932. Heureusement il n'a nullement vieilli et, bien que le sujet puisse se rapporter à des réalités physiques mouvantes, il est présenté ici sur une trame surtout mathématique qui pourra supporter l'écoulement de bien des années sans cesser de s'imposer aux plus vastes esprits. En parcourant ces pages, j'ai eu l'impression de retrouver, clairement enchaînées, bien des choses trouvées dans Hermann Weyl (voir pour analyse *L'Enseignement mathématique*, t. 30, 1931, p. 163), dans Eugen Wigner (*Ibid.*, p. 164), dans R. Courant et D. Hilbert (*Ibid.*, p. 165), dans A. G. Webster et G. Szegö (*Ibid.*, p. 167), dans Elie Cartan (*Ibid.*, p. 301), dans H. Bateman (*Ibid.*, t. 31, 1932, p. 133), dans B. L. van der Waerden (*Ibid.*, p. 136), surtout dans Johann von Neumann (*Ibid.*, p. 289) qui a situé la Mécanique quantique, dans l'espace hilbertien, d'un point de vue particulièrement élevé, enfin dans les œuvres de Hilbert lui-même (*Ibid.*, p. 293 et t. 33, 1934, p. 110) et dans P. A. M. Dirac (*Ibid.*, t. 32, 1933, p. 412) qui, avec un génie très personnel quoique de nature hilbertienne, a reconstruit bien des schèmes que l'esprit méthodique classera dans les espaces généraux à structure complexe.

On voit qu'il ne me coûte pas beaucoup de citer nombre de livres étrangers; c'est une raison pour ne pas oublier non plus les Espaces abstraits de Maurice Fréchet ni, plus anciennement, Charles Hermite, le rôle des opérateurs *hermitiques* étant un peu masqué, dans l'ouvrage de M. H. Stone, par les généralités à la Hilbert. Par contre le rôle de Stieltjes est souvent magnifié; les intégrales généralisées nécessaires au sujet sont généralement des intégrales de Lebesgue dont Stieltjes ne fut pas loin et, de plus, Stieltjes avait un sens de la transformation à structure élégante et précise qui s'accorde, au plus haut degré, avec la manière de Ch. Hermite. L'Ecole française, dont Stieltjes représentait si bien l'esprit quoique étant d'origine hollandaise, est donc ici en posture fort honorable.

Ces quelques réflexions générales étant faites, il est bien difficile d'analyser en quelques lignes un volume de plus de 600 pages où rien ne semble superflu. Nous ne pouvons même pas reproduire les équations de définition de l'espace hilbertien dont la plus caractéristique semble être $(g, f) = \overline{(f, g)}$ la barre qui surligne indiquant l'imaginaire conjuguée de (f, g). Les autres équations de définition sont suggérées d'assez près par les postulats ordinaires de l'Algèbre et de la Géométrie. D'ailleurs une liaison remarquable s'établit entre espace hilbertien général et espace euclidien en prenant pour intermédiaires les espaces *unitaires* où $(f, g) = \Sigma x_\alpha \overline{y_\alpha}$, l'indice de sommation α ne prenant que des valeurs finies. Et de là on peut revenir au cas hilbertien général en remplaçant le Σ par un symbole d'intégration convenable.

Les transformations T dans l'espace hilbertien ne peuvent être autre chose que des correspondances, d'élément à élément, qui sont particulièrement simples quand elles sont linéaires et alors symbolisées par des matrices d'ordre infini que les opérateurs intégraux ne tardent pas à remplacer. Viennent ensuite les équations $Tf - lf = g$, avec les spectres correspondants, déjà si proches de l'équation de Schrödinger et de toutes celles de la Mécanique quantique.

C'est avec les *Self-adjoint Transformations* que nous partons de travaux de Stieltjes publiés aux *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse* en 1894. Ces travaux ont été fort prolongés depuis, notamment par Carleman et par Wintner. Ils ont trait, au fond, à des équations intégrales particulièrement symétriques traitées à une époque où l'on ne parlait pas encore d'équations intégrales tout en maniant cependant bel et bien la chose. Et, au delà des symétries ainsi envisagées il advint qu'on aperçut tout un calcul opératoire pouvant débuter par la considération d'une intégrale dite de Radon-Stieltjes. On peut ensuite revenir aux transformations self-adjointes et leur attribuer une structure unitaire; on se rapproche alors des domaines géométriques usuels.

Deux chapitres (VIII et IX) sont consacrés à divers types de transformations linéaires et de transformations symétriques, ce qui implique des considérations groupales à exprimer sous des formes intégrales.

Le chapitre X et dernier a trait aux applications. Il comprend plus de 200 pages. Que décrire ? C'est ici que nous retrouvons les opérateurs hermitiques, les transformations intégrales de Heaviside qui donnèrent son fameux Calcul symbolique récemment réexposé par Pierre Humbert (voir *L'Ens. mathématique*, t. 33, 1934, p. 118), les correspondances possibles d'équations intégrales à équations différentielles à propos desquelles on retrouve la théorie de Sturm-Liouville. Que d'autres choses nous passons sous silence avec beaucoup de regrets.

Un index fort bien fait termine le volume; il contient notamment une liste des symboles employés. L'auteur, comme l'indique le titre de l'œuvre, s'est tenu dans le domaine de l'Analyse mais il s'agit manifestement de cette

Analyse que l'on regrette si souvent de mal savoir quand on cherche à lire les ouvrages consacrés à la Physique intra-atomique. Nous avons maintenant de quoi l'apprendre dans un style des plus clairs, des plus esthétiques et des plus profonds. A. Buhl (Toulouse).

J. H. M. Wedderburn. — **Lectures on Matrices** (American Mathematical Society Colloquium Publications, Volume XVII [1]). — Un vol. gr. in-8° (27 × 17) de VIII-200 pages. Prix: $3. Published by the American Mathematical Society. New-York. 1934.

Ce volume consacré à la Théorie des matrices considérée en elle-même n'est pas d'une inspiration absolument nouvelle. Il rappelle notamment l'œuvre de H. W. Turnbull et A. C. Aitken déjà analysée dans la présente Revue (t. 31, 1932, p. 135). Il peut servir d'introduction à l'étude du volume précédent de M. H. Stone car il nous familiarisera ainsi avec les matrices finies avant de nous imposer les matrices infinies à la Hilbert. Tous ces exposés doivent une prodigieuse impulsion à la Mécanique des quanta, mais les géomètres purs qui les traitent tiennent, dans les circonstances présentes, à rester purs, ce qui peut se traduire par le renoncement à des intuitions utiles mais ce qui est une manière d'agir absolument défendable en soi. D'ailleurs, l'esprit de rigueur est toujours excellent et l'on peut prétendre que c'est en fouillant la Théorie des matrices qu'on parviendra aux meilleures formes de la science quantique.

Les matrices sont d'abord des instruments de transformation de vecteur à vecteur mais on comprend tout de suite que le vecteur transformé ne joue ici qu'un rôle secondaire; tout l'intérêt est dans l'instrument de transformation. C'est d'ailleurs ainsi que, plus généralement, dans les espaces de groupes, l'intérêt est beaucoup plus dans la structure de l'espace que dans les êtres qui s'y transforment.

Les premiers chapitres nous présentent le calcul matriciel élémentaire, les fonctions algébriques entières dont la variable est une matrice et dans un ordre d'idées qui semble être celui de la Théorie des déterminants. Sur toute matrice carrée, on peut lire un déterminant, ce qui ne signifie pas du tout qu'à toute transformation invariante du déterminant correspond une transformation invariante de la matrice mais il est fort intéressant de prendre pour guide les invariances du déterminant et de chercher ce qui leur correspond dans la théorie matricielle. M. Wedderburn semble avoir été dirigé par cette idée. Les matrices *composées* ont ainsi pour éléments les mineurs d'ordre quelconque d'un déterminant.

Au premier rang des matrices particulières sont les matrices hermitiennes auxquelles il faut joindre bientôt les matrices unitaires et les matrices orthogonales.

La recherche des matrices commutatives ne va pas sans d'intéressants schèmes quasi-géométriques quant à la distribution des éléments matriciels. Voilà qui n'est pas sans rappeler les *Geometrische Konfigurationen* de F. Levi (voir *L'Ens. math.*, t. 28, 1929, p. 331). Il y a aussi des méthodes de formation, par calculs rationnels, qui peuvent aboutir, en particulier, aux élégantes identités de Sylvester.

---

[1] Nous analysons ici le volume XVII après le volume XV. Pour XVI (G. A. Bliss) voir tome précédent, 1933, p. 419.

L'intérêt devient immense avec les fonctions quelconques dont la variable est une matrice. Un polynome matriciel à deux variables égalé à zéro et d'où l'on tente d'extraire l'une de ces variables conduit à une généralisation matricielle de la fonction algébrique ! Il est à peine besoin de dire que l'on sait encore bien peu de choses sur ces généralisations. Les séries entières à variable matricielle ne sont pas toutes hors d'atteinte; Henri Poincaré en a manié quelques-unes sans parler de matrices. Voir, à cet égard, dans *L'Enseignement mathématique* le récent article Schwerdtfeger (t. 32, 1933, p. 304).

Tout ceci conduit aux algèbres linéairement associatives qui ne sont que des constructions groupales diverses. Cet aboutissement est très naturel pour ce que l'on appelait autrefois la Théorie des substitutions linéaires. Le terme de Calcul matriciel a prévalu, sans doute parce que la matrice est une manière de nombre complexe; l'acheminement vers la forme actuelle laisse voir, tout le long de la route, des constructions déjà prodigieuses telles que les quaternions de Hamilton, l'Ausdehnungslehre de Grassmann, les symétries algébriques où excellèrent Cayley dans un but géométrique et Tait dans un but physique. Il faudrait citer ensuite Frobenius, Sylvester, Peano, Brill et tant d'autres. Il y a 549 références dans l'Index qui termine l'ouvrage ce qui prouve que les matrices, aujourd'hui au premier plan, avaient déjà le plus brillant des passés. Grâce à M. Wedderburn, nous allons les connaître mieux encore.

A. Buhl (Toulouse).

Marston Morse. — **The Calculus of Variations in the Large** (American Mathematical Society Colloquium Publications, Volume XVIII). — Un vol. gr. in-8° de x-368 pages. Prix: $4,50. Published by the American Mathematical Society. New-York, 1934.

Œuvre merveilleuse précédée d'une Préface qui ne l'est pas moins. Je voudrais mettre ici la traduction exacte de cette Préface; faute de place, je me contenterai d'un résumé.

Depuis nombre d'années la recherche des auteurs mathématiques a été orientée par une conception qui peut être désignée par le terme de macro-analyse. Je ne sais si ce mot fera fortune en français bien qu'il soit parfaitement à l'aise dans le texte anglais sous la forme *macro-analysis*. Nous dirions plutôt analyse *au sens large* comme dans le titre du volume. Quoiqu'il en soit, il faut opposer ce sens large au sens étroit de l'Analyse infinitésimale classique, de l'Analyse des fonctions analytiques, c'est-à-dire pourvues de dérivées en nombre infini. Les notions intégrales subsistent en d'immenses domaines où les notions différentielles disparaissent et le Calcul des variations est surtout un Calcul intégral; il est donc tout indiqué pour donner l'un des types du calcul *large*. Il peut profiter de considérations groupales et topologiques où l'infinitésimal n'a rien à voir. Ceci, comme le remarque M. Marston Morse, fut d'abord l'œuvre de Poincaré. Le Calcul fonctionnel s'en mêlant, nous trouvons ensuite Hilbert, si bien que le présent volume, XVIII pourra être comparé, avec grand intérêt, avec le volume XV de M. Stone, précédemment analysé.

Avant d'être *large*, le présent exposé ne manque pas d'être *étroit* et de nous rappeler les positions infinitésimales des questions. Les équations d'Euler sont différentielles, mais ce terrain, pour être infinitésimal, ne suppose pas l'existence de dérivées de tous ordres; en s'en tenant à des ordres bien déterminés, on aura des *classes* bien déterminées. Il y a quelque chose d'analogue du côté des conditions aux limites (Ch. II), notamment avec les hypothèses de non tangentialité. Ici intervient déjà la théorie des *racines caractéristiques* dont toute la signification issue des conditions aux limites a été donnée par Hilbert et Courant dans leurs *Methoden der mathematischen Physik* (voir *L'Ens. mathématique*, t. 30, 1931, p. 165). Plus précisément, ceci introduit une forme quadratique ou *index form* à laquelle est consacré le Chapitre III. Dans le cas d'extrêmales périodiques ceci nous reporte à des travaux de J. Hadamard, Poincaré, Carathéodory, Hedlund.

Au Chapitre IV nous retrouvons la notion des systèmes *self-adjoints*, l'expression soulignée ayant encore joué un grand rôle dans le volume Stone. Certes l'analogie n'est pas à marquer d'une manière immédiate et absolument obligatoire; en mathématiques et dans des ordres d'idées assez différents, il y a bien des transformations, bien des formes, bien des équations qui peuvent être identiques à leurs *adjointes* mais présentement tout ceci peut relever d'une analyse à la Hilbert qui s'exerce d'abord sur des équations différentielles linéaires transformées en elle-mêmes autrefois par Sturm et Liouville et qui interviennent avec des conditions aux limites particulièrement simples. De tels sujets ont été également très approfondis par M. Emile Picard.

Avec le Chapitre V nous abordons la fonctionnelle sur un Espace de Riemann. La définition de cet espace par l'égalité $ds^2 = g_{ij}dx^i dx^j$ est d'abord *étroite* mais elle se prête incomparablement mieux à une extension dans le large que la définition métrique euclidienne. Il y a là finalement un mariage du Calcul fonctionnel avec le Calcul tensoriel qui ne laisserait, dans l'espace ordinaire, que des dégénérescences peu complètes. Nouvelle source de louanges pour la conception riemannienne.

Le Chapitre VI traite des ensembles de fonctions critiques, généralisation évidente des ensembles de points critiques de la théorie ordinaire des fonctions. Une telle généralisation ne coule pas de source, il s'en faut de beaucoup. Au contraire nombre de propriétés concernant des ensembles de points critiques doivent être reprises et modifiées pour que l'on puisse apercevoir leurs généralisations dans le domaine fonctionnel. Et celles-ci sont encore bien timides.

Les problèmes aux limites dans le large (Ch. VII) sont ceux qui se rapportent à l'espace fonctionnel; ils tendent vers l'allure purement topologique.

Les extrémales fermées (Ch. VIII) pouvant, pour ainsi dire, s'équilibrer elles-mêmes, sans termes limites extérieurs, donnent des problèmes plus simples que ceux du Chapitre précédent; c'est toujours l'Espace riemannien large qui est employé.

Ceci nous mène enfin (Ch. IX) à des questions de géodésiques fermées, à considérer, par exemple, sur des ellipsoïdes à m dimensions, questions introduites directement par Poincaré, perfectionnées par Birkhoff et quelques autres, à propos de Mécanique céleste, et qui devaient précisément ouvrir la voie aux hautes spéculations du Calcul des variations pris dans le sens large. Les généralisations obtenues permettent maintenant de dominer nombre de résultats dus à Henri Poincaré. Mais il est bien certain que nous n'en serions pas où nous en sommes si Poincaré n'avait pas commencé. De cela M. Marston Morse se rend compte mieux que personne et l'Ecole française lui en saura gré.

Le livre se termine par une Bibliographie étendue en laquelle, outre les noms déjà cités, je relève ceux d'Alexander, Alexandroff, Bieberbach, Bliss, Bôcher, Bolza, Brown, Dickson, Eisenhart, Fréchet, Hausdorff, Kellogg, Kneser, Kronecker, Lefschetz, W. Mayer, Menger, Morse, Plancherel, Radon, Tonelli, Veblen, Volterra, Van der Waerden, Whitehead, Wintner.

Admirable monument, d'un style ultra-moderne.

A. Buhl (Toulouse).

Raymond E. A. C. Paley and Norbert Wiener. — **Fourier Transforms in the Complex Domain** (American Mathematical Society Colloquium Publications, Volume XIX). — Un vol. gr. in-8° de VIII-184 pages. Prix: \$3. Published by the American Mathematical Society. New-York, 1934.

Ouvrage endeuillé de manière particulièrement navrante. Il est publié par M. Norbert Wiener seul, R. E. A. C. Paley (1907-1933) ayant été victime d'un accident sportif. Fin qui rappelle celle de Jacques Herbrand dont nous avons récemment entretenu nos lecteurs à propos des *Actualités scientifiques*. Le présent volume contient, en frontispice, un portrait de Paley particulièrement émouvant quant à tout ce qu'il exprime de belle et intelligente jeunesse brusquement fauchée. Le survivant a dédié le volume à G. H. Hardy et à J. E. Littlewood qui furent les professeurs des deux auteurs.

Le titre du livre porte assez à penser aux séries de Dirichlet et aux fonctions quasi-périodiques surtout étudiées par H. Bohr, plus particulièrement aux ouvrages de Vladimir Bernstein et de J. Favard récemment analysés dans *L'Enseignement mathématique* (t. 32, 1933, pp. 272-275) mais, à y regarder de plus près, on reconnaît vite que l'intérêt s'est fixé beaucoup moins sur les développements en séries que sur les représentations intégrales.

Il nous semble aussi que les théorèmes de Plancherel et de Parseval s'apparentent aisément au Calcul de Heaviside mentionné plus haut, cependant qu'on pourrait revenir à la Théorie des résidus avec les théorèmes du type Phragmén-Lindelöf. Tout ceci confirme, une fois de plus, l'extraordinaire richesse du Calcul intégral, sa puissance de représentation pour les fonctions analytiques ou non et la convergence des efforts de chercheurs qui, tout en s'ignorant souvent, faisaient des constructions mathématiques analogues répondant à des besoins identiques généralement nés de la Physique théorique.

Signalons d'abord les fonctions quasi-analytiques dont les dérivées satisfont à des modes de croissance qu'il y a tout avantage à soumettre à des conditions intégrales. Les équations intégrales de Laplace et de Planck conduisent à celle de Stieltjes avec réapparition d'intéressants symboles différentiels. Puis c'est tout une classe d'équations intégrales singulières où s'illustrent les noms de Wiener, Volterra, Hardy, non sans élégant emploi de la fonction Γ. Le même symbolisme intégral permet d'étudier la croissance des fonctions entières et d'essentielles propriétés de la fonction ζ de Riemann, fonction à laquelle E. C. Titchmarsh a consacré un livre peu volumineux mais fort savant qu'il est à propos de rappeler (voir *L'Ens. mathématique*, t. 29, 1930, p. 355).

On vient ensuite aux séries de fonctions exponentielles pour lesquelles je m'étonnais, plus haut, de ne pas trouver le nom de Dirichlet mais il est très certain qu'il y a ici tout un noyau d'originalités dues à Birkhoff, Walsh, Wiener. En étudiant les coefficients de certaines séries à forme trigonométrique plus ou moins généralisée, on étudie toujours des fonctions entières ou de proches parentes de celles-ci; l'intérêt de la série trigonométrique devient alors secondaire. Ceci n'empêche d'ailleurs pas de découvrir de nouvelles classes de fonctions presque périodiques et conduit aussi à une analyse harmonique généralisée dans le domaine complexe.

On arrive ainsi, par des extensions naturelles, aux fonctions probabilitaires, ou *random functions* qui, développables en x avec un paramètre α, peuvent être de natures très différentes par rapport à ces deux quantités. Il n'y a aucune raison de compter sur une double analyticité ni même sur des continuités dont l'absence, fort heureusement, n'empêche pas le jeu de l'analyse intégrale. La Physique microcosmique du mouvement brownien et des phénomènes corpusculaires exige la considération de telles fonctions capables de subsister dans le domaine du *complètement irrégulier*. Ce sont peut-être là les ultimes instruments d'analyse de toutes les *structures fines*, instruments encore bien imparfaits mais dont nous voyons indéniablement les perfectionnements s'ébaucher. Et il est fort beau d'arriver là en prenant pour point de départ une formule de Fourier dont les réciprocités semblaient, au premier abord, bien particulières.

Parmi les auteurs cités, mentionnons, à notre tour, Bochner, Borel, Carleman, Denjoy, Dienes, Einstein, Hopf, C. Jordan, Khintchine, Landau, Lebesgue, P. Lévy, Mandelbrojt, Mercier, Morgan, J. Perrin, Pólya, Smoluchowski, Szász, De la Vallée Poussin.

La *Collection de Monographies* dirigée par M. Emile Borel n'est pas sans nous avoir donné bien des choses se rapportant aux sujets traités, mais il est tout aussi certain que la science américaine se montre ici sous un aspect particulièrement original et puissant. A. Buhl (Toulouse).

Philipp Frank und Richard v. Mises, — **Die Differential- und Integralgleichungen der Mechanik und Physik.** Band II. Physikalischer Teil. Zweite vermehrte Auflage. — Un vol. gr. in-8° de XXIV-1106 pages et 110 figures. Prix: broché, RM. 60; relié, RM. 65. Friedrich Vieweg und Sohn. Braunschweig, 1935.

Cette Partie physique, publiée par le Dr Philipp Frank, en est à sa seconde édition tout comme la Partie mathématique déjà analysée ici-même (t. 30, 1931, p. 169). Le second volume, comme le premier, est divisé en Sections rédigées par des auteurs différents, ce qui permet de soutenir le caractère encyclopédique de l'ouvrage autrement qu'en ayant recours aux ressources d'une seule intelligence. Situons d'abord ces Sections.

I. *Mécanique et Optique.* 6 chapitres. Ph. Frank (Prag). — II. *Mécanique du Continu.* 6 chapitres. E. Trefftz (Dresden), R. v. Mises (Istanbul), G. Schultz (Berlin). — III. *Conductibilité et Diffusion.* 2 chapitres. R. Fürth (Prag). — IV. *Le champ électromagnétique stationnaire et quasi-stationnaire.* 4 chapitres. F. Nœther (Tomsk). — V. *Oscillations électromagnétiques.* 5 Chapitres. A. Sommerfeld (München). — VI. *Mécanique ondulatoire.* 5 chapitres. G. Beck (Kansas, U.S.A.).

Qu'on n'attende point maintenant une véritable analyse de ces immenses développements. Leur réunion apparaît comme heureuse surtout parce que les auteurs ont parfois légèrement débordé sur le sujet départi à un collègue, d'où une dualité de points de vue qui n'est pas sans intérêt.

En I nous avons toute la Mécanique classique grandement appuyée sur les équations canoniques et les équations de Lagrange, en y comprenant les traits essentiels de la Mécanique céleste, pour aboutir à un dernier Chapitre comparant les problèmes du ciel avec ceux de l'atome. Le contact avec la Section VI est manifeste.

En II l'usage du Calcul tensoriel apporte beaucoup de symétrie et cette sorte d'automatisme auquel on peut se fier pour avancer toujours dans les directions les plus avantageuses. La torsion des verges prismatiques est l'objet d'une élégante analyse où interviennent, de façon assez peu connue, des formules de Schwarz et Christoffel. Dans les mouvements fluides autour des obstacles, nous étudions ce que donne la représentation conforme, notamment avec la méthode de T. Levi-Civita. Plus loin ce sont les tourbillons de Kármán et, avec les fluides visqueux, les conceptions de Poiseuille, Reynolds, Oseen.

En III c'est d'abord l'équation de la conductibilité avec le cas particulier $q = a^2r$, les considérations à la Fourier avec lesquelles on peut approcher analytiquement du non analytique et aussi du mouvement brownien. Smoluchowski et Jean Perrin sont cités comme dans l'ouvrage précédent de Paley et Wiener. Voir aussi les phénomènes de pénétration de la gelée. On traite ensuite de la diffusion compliquée de phénomènes de convection. Einstein s'en est mêlé avec équations intégrales et méthode statistique à l'appui. Là encore la théorie de la diffusion se termine en Mécanique ondulatoire.

La Section IV est riche en équations intégrales. Elle comporte un chapitre assez isolé sur la Magnétostatique et se termine avec les courants et ondes quasi stationnaires; ceci pourrait être encore une occasion de se remémorer l'analyse harmonique.

En V nous sommes tout de suite dans les transformations les plus modernes, y compris celle de Lorentz laissant invariantes les équations de Maxwell. C'est ensuite l'intégration par potentiels retardés puis les solutions ramifiées des équations vibratoires. Il faut faire appel à la topologie riemannienne d'une manière qui peut sembler aussi ardue au physicien qu'au mathématicien. Plus loin encore, il faut se servir des fonctions de Bessel et de l'intégrale de Hankel. La section se termine par la T.S.F. avec de grands développements concernant l'antenne.

En VI c'est la Mécanique ondulatoire proprement dite, tout de suite avec l'équation de Schrödinger, les ondes de L. de Broglie, les paquets d'ondes et la quantification. L'analyse propre à la question, avec les développements en fonctions propres, est reprise sommairement. Il en est de même pour les liens entre opérateurs et matrices. Un chapitre entier est consacré aux types les plus importants de solutions de l'équation de Schrödinger. Les atomes les plus simples et leurs perturbations corpusculaires rappellent des méthodes astronomiques sans qu'il faille prendre l'analogie trop à l'étroit. Les équations d'ondes relativistiques sont traitées, conformément aux méthodes de Dirac, dans un état d'esprit tout à fait moderne.

Certes, au total, ouvrage encyclopédique mais où les compétences ont été fort bien choisies. Chaque section pouvait former un livre isolé, objet d'études spéciales mais qui auraient pu alors se spécialiser par trop. Il importait de montrer toutes les autres à côté de chacune pour établir la cohérence sinon parfaite, du moins très remarquable de la Physique d'aujourd'hui.

A. BUHL (Toulouse).

Enrico Fermi. — **Molecole e Cristalli.** Trattato generale di Fisica a cura del Consiglio nazionale delle Ricerche. — Un volume gr. in-8° cart. toile et or, de 303 pages. Prix: Lire 50. Nicola Zanichelli, Bologne, 1934.

Ce livre, qui présage magnifiquement la publication d'un Traité général de Physique, peut conduire aux théories intra-atomiques et quantiques par la considération préliminaire des symétries moléculaires et cristallines. C'est, à la fois, le point de vue physique et le point de vue historique. On sait maintenant partir d'une mécanique quantique abstraite; c'est, par exemple, ce qui a été magistralement fait, par P. A. M. Dirac, dans un ouvrage récemment analysé ici (32me année, 1933, p. 412). De ces fondements abstraits on remontera aux spectres et à toutes leurs révélations. Dans le présent volume la marche est inverse mais l'illustre auteur nous montre, dès le début, qu'on ne peut plus rien faire d'essentiel sans quantification. Il m'est d'ailleurs agréable de rapprocher Fermi et Dirac une fois de plus. Combien admirablement se complètent de tels génies.

L'exposition est divisée en trois parties. La première, consacrée aux Molécules, débute par la notion de lien ou de liaison chimique. La liaison est *polaire* entre atomes altérés, *homéopolaire* entre atomes neutres. Le second cas est tout naturellement illustré par la « molécule » d'hydrogène selon Heitler et London. En celle-ci les interactions sont analysées avec recours à l'équation de Schrödinger et nous ne sommes qu'à la page 9. Ce serait cependant une grave erreur de croire que l'auteur a fait quelque tour de force pour parler, au plus tôt, le langage des théories quantiques. Il places ces théories là où elles doivent être, il y voit les principes primordiaux de toute représentation physique; ce qui peut étonner c'est qu'il ait fallu attendre jusqu'à maintenant pour prendre une telle attitude, c'est aussi la complication mathématique qui s'attache à la science de l'ultime là où l'on aurait pu espérer quelque ultime simplicité. Mais cette complication n'est peut-être pas encore réduite à l'essentiel, ce vers quoi l'analyse de Fermi pourrait bien nous conduire. Après Heitler et London, nous trouvons Wang avec une approximation, par « autofonctions » du type exponentiel, qui respecte au moins la première orbite de Bohr. Plus loin c'est l'attraction de Van der Waals qui, pour certaines distances, relève encore de la forme exponentielle.

Les spectres moléculaires imposent plutôt des *bandes* que des *raies*. Il y a des bandes trahissant des changements électroniques et de curieux schèmes géométriques interprétant les maxima d'intensité en de tels changements. Ceux-ci relèvent encore simplement de la Mécanique quantique non sans effets de « spin » bientôt accouplés, suivant Hund, avec mouvements orbitaux.

Des coordinations de position entre électrons impliquent les distinctions du para et de l'orthohydrogène, du para et de l'orthohelium; l'isotopie comporte des effets analogues. Sous l'influence d'un champ électrique ou magnétique apparaissent les effets Zeeman et Stark connus avant l'élaboration de la mécanique quantique mais dont celle-ci a légèrement modifié la théorie.

Les propriétés thermiques des molécules biatomiques sont mises en relation avec des considérations statistiques qui seront plus généralement exposées dans la Troisième partie du livre; en attendant, nous n'en parvenons pas moins à l'analyse exponentielle de Boltzmann. Pour les molécules polyatomiques, cette analyse tend à se compliquer beaucoup mais les effets

Raman sont alors de merveilleux moyens d'investigation. Les moments électriques, les niveaux énergétiques, la structure de l'infrarouge, ... ont d'intimes relations avec ces effets.

Avec le regret d'être si bref, passons à la Partie II: Cristaux. En principe tous les solides sont considérés comme cristallisés; ceux qui semblent amorphes sont à rapprocher de liquides à viscosité énorme. Il y a d'abord une sorte de géométrie réticulaire dont les combinaisons abstraites pourraient être développées sans accord obligé avec la réalité observable. La théorie physique consiste à peupler ce monde des réseaux avec des objets qui sont les cristaux et de telle manière que les édifices obtenus puissent supporter des effets mécaniques, électriques, magnétiques tout en transmettant la lumière. De plus les symétries cristallines ne vont pas sans *groupes* qui peuvent aussi jouer dans les assemblages électroniques; certes, ce ne sont pas toujours les mêmes mais l'habitude de penser en groupes finit par s'étendre à tous et c'est pourquoi l'étude des cristaux peut encore constituer une préparation à l'étude des transformations des équations de la Mécanique quantique.

En Troisième partie, la Statistique de la Théorie des Quanta semble être maintenant en place excellente. L'équilibre statistique entre états quantiques entraîne d'abord une analyse à la fois combinatoire et exponentielle, ce dernier adjectif se rapportant surtout aux idées de Boltzmann. Le spectre du corps noir conduit à celles de Planck. Les distributions statistiques différentes (Boltzmann, Bose-Einstein, Fermi) sont des sortes d'indéterminations quantifiées entre lesquelles le choix ne semble pas s'imposer.

Les gaz ont leur quantification et inversement le monde électronique et photonique peut bénéficier de lois établies d'abord pour des gaz. Il y a même une distribution statistique des électrons dans l'atome qui, à coup sûr, est loin de pouvoir déterminer ce dernier mais qui lui interdit certaines physionomies.

Vraiment un examen, même trop rapide, de ces idées laisse une impression au-dessus de tout éloge. Nous devons à Enrico Fermi non seulement ses confidences personnelles sur la structure de la matière, mais aussi comme la quintessence d'ouvrages beaucoup plus volumineux tels celui de H. Fowler sur les *Statistical Mechanics* (voir *L'Ens. mathématique*, t. 28, 1929, p. 145). Et ceci, comme nous l'avons indiqué au début, ne constituerait que le premier volume d'un Traité général. J'imagine qu'une telle entreprise va rendre éclatante la beauté de la science nouvelle alors qu'on trouve encore tant et tant de gens pour ne parler que de ses difficultés.

A. BUHL (Toulouse).

Nicolas KRYLOFF et N. BOGOLIUBOFF. — **La Mécanique non linéaire.** — Fascicules gr. in-8°. Lieu de vente: Mejdounarodnaya Kniga, Moscou, U.R.S.S. 1934.

Nous réunissons sous le titre ci-dessus quatre nouveaux fascicules publiés par les savants auteurs en la seule année 1934. Nous avons déjà eu l'occasion d'attirer l'attention sur cette œuvre originale et puissante (voir *L'Ens. mathématique*, 31me année, 1932, pp. 314-315) qui s'est ajoutée à la Mécanique classique à peu près comme la Mécanique quantique mais pour des raisons plus techniques. Désignons d'abord exactement les quatre publications récentes dont il s'agit:

a) *Application des Méthodes de la Mécanique non linéaire à la Théorie des perturbations des systèmes canoniques* (56 pages. Prix: 4 roubles 50);
b) *Sur quelques développements formels en séries dans la Mécanique non linéaire* (92 pages. Prix: 6 roubles 50);
c) *Les Méthodes de la Mécanique non linéaire appliquées à la Théorie des oscillations stationnaires* (112 pages. Prix: 7 roubles 50);
d) *Méthodes nouvelles de la Mécanique non linéaire dans leur application à l'étude du fonctionnement de l'oscillateur à lampe* (244 pages. Prix: 4 roubles 75).

Notons que les monographies *a*, *b*, *c* sont éditées par l'Académie des Sciences de l'Ukraine, tandis que *d* dépend du *Technischer Staatsverlag U.R.S.S.*

La place nous manque pour analyser tout ceci avec les détails qui seraient nécessaires. Il nous paraît grandement utile de renvoyer à un article, des créateurs eux-mêmes, publié dans la *Revue générale des Sciences* du 15 janvier 1933. Toutefois, il n'est pas impossible de caractériser leur œuvre en quelques mots. On peut dire que la Mécanique céleste, généralement non linéaire, a d'abord servi de modèle. Les travaux de Poincaré et de Liapounoff n'ont été possibles que parce qu'au delà du linéaire, il subsistait des formes canoniques, du périodique, puis du quasi-périodique, toutes choses moins maniables que le linéaire, mais encore susceptibles d'être codifiées. C'est avec beaucoup d'originalité que MM. Kryloff et Bogoliuboff ont travaillé à cette codification. Les équations différentielles ont été parfois remplacées par des équations fonctionnelles à symbolisme plus maniable. Quand ce symbolisme est trop sommaire on a recours, au delà, à des considérations d'asymptotisme et ceci semble parallèle aux méthodes matricielles de la Mécanique quantique au delà desquelles s'établissent des théories perturbatrices.

Le fascicule *a* est rédigé entièrement en français; il prolonge Poincaré de très près. On y retrouve les célèbres problèmes de divergence rajeunis par des considérations dont certaines sont dues à M. A. Wintner et datent de 1930. Certaines méthodes exigent des rationnalités paramétriques bien connues en Mécanique céleste et encore très voisines des cas quantiques.

En *b* nous ne trouvons qu'un très court résumé français, mais le seul aspect des formules nous montre des approximations successives relatives à des systèmes différentiels, approximations étudiables par séries de nature trigonométrique. Donc pas de termes séculaires explicites. Phénomènes de résonance non linéaires.

En *c* nous avons dix pages de résumé français. Cette fois il y a contact avec les travaux de G. Birkhoff (*Dynamical Systems*. Voir *L'Ens. mathématique*, t. 27, 1928, p. 170). Faut-il rappeler que Birkhoff se rendit célèbre, tout jeune, en résolvant un problème d'invariants intégraux que Poincaré, malade, abandonnait peu avant sa mort. Ces terrains difficiles sont maintenant largement fécondés. Citons également M. Tullio Levi-Civita. Quant on ne peut pratiquement atteindre que des premières approximations, il faut savoir reconnaître sur celles-ci la quasi-périodicité des phénomènes.

En *d* nous trouvons d'abord l'article de la *Revue générale des Sciences* signalé plus haut, puis un résumé, de trois pages, en anglais. Il s'agit, cette fois, de radiotechnique, c'est-à-dire, au fond, d'électromagnétisme et, comme les symétries électromagnétiques sont plus simples et plus riches que celles du monde mécanique proprement dit, les théories linéaires ou non linéaires y gagnent tout spécialement. Les associations de circuits des figures, généralement très simples, semblent communiquer leur simplicité aux formules dont beaucoup s'inspirent du calcul de Heaviside. Il ne faut d'ailleurs pas voir des choses définitives dans toute cette belle analyse qui doit être considérée, au premier chef, comme génératrice de nouveaux développements bien dignes de tenter de jeunes esprits justement équilibrés dans des domaines à la fois théoriques et techniques. Souhaitons aussi qu'en France on s'intéresse, de plus en plus, à ces développements. Le *Mémorial des Sciences mathématiques*, en son fascicule 49, les a déjà accueillis; il les accueillera encore. Personnellement, je suis aise de rappeler que, parmi les premiers Mémoires français de M. Kryloff, se trouvent ceux qui furent publiés par les *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse* en 1925 et en 1927. Pour des compléments tout à fait récents, voir une Note aux *Comptes rendus* du 26 décembre 1934, page 1592. Une seconde Note est insérée dans le fascicule du 7 janvier 1935, page 113. A. Buhl (Toulouse).

Gaston Julia. — **Leçons sur la Représentation conforme des Aires multiplement connexes** recueillies et rédigées par G. Bourion et J. Leroy (Cahiers scientifiques publiés sous la direction de M. Gaston Julia, fasc. XIV). — Un volume gr. in-8° de VI-96 pages. Prix: 28 francs. Gauthier-Villars & Cie, Paris. 1934.

Ce fascicule est évidemment la suite de celui publié par le même et brillant auteur à propos des aires simplement connexes (voir *L'Ens. mathématique*, 30me année, 1931, p. 159). Le sujet fait immédiatement penser aux fonctions algébriques et aux surfaces de Riemann, mais ce n'est là qu'une face de la question. Celle-ci comprend les travaux de Poincaré sur l'uniformisation des fonctions analytiques presque illisibles à l'époque où parut, aux *Acta mathematica*, le principal mémoire et cependant dépassés maintenant. D'importants développements de la même question sont dus à M. Emile Picard et enfin le rôle uniformisant des groupes fuchsiens ou kleinéens de Poincaré ayant été réexposé par Fatou dans la réédition des *Fonctions algébriques* de Paul Appell et Edouard Goursat (voir *L'Ens. mathématique*, 29me année, 1930, p. 346) on voit quelles sont les théories, souvent jugées ardues quoique bien classiques, qui sont maintenant reprises et prolongées par M. Gaston Julia.

La question, avec Schottky, est d'abord toute imprégnée de correspondances entre courbes algébriques, ce sont on s'affranchit ensuite en considérant plus généralement des correspondances entre domaines *canoniques* dont l'un, d'après Hilbert, est un plan pourvu de coupures convenables, cependant qu'avec Kœbe, les domaines canoniques peuvent être formés de cercles non sécants. Plus profonds encore et beaucoup plus près de nous sont les travaux de M. de la Vallée Poussin qui créent les domaines limités par des courbes d'égal module d'un même polynome. De là aux *cassiniennes* de M. Julia il n'y a qu'un pas.

Tout cet enchaînement ne se développe pas sans préliminaires et sans parenthèses. On peut d'abord s'occuper de la représentation conforme d'une aire multiplement connexe sur un cercle; il y a un théorème d'existence et une méthode d'approximations successives. Le problème de Dirichlet peut alors rester en relation avec l'intégrale de Poisson. Quant à la représentation biunivoque d'un domaine de genre fini sur les aires de Schottky-Kœbe et de Hilbert c'est une sorte de géométrie très intuitive jusques et y compris la construction de fonctions fondamentales. Il en est encore de même avec M. de la Vallée Poussin et avec M. Julia lui-même. En gros, on peut dire que les instruments employés restent algébriques et parfois rationnels; on peut suivre leur jeu sur des figures, au moins dans des cas particuliers très suggestifs. Et, au total, la représentation conforme s'implante en des régions hier encore inexplorées et se révèlant riches en nouveautés de tous genres.

Ces *Leçons* ont précisément donné lieu à la Conférence, faite à l'Université de Genève, reproduite en tête du présent fascicule. Cette reproduction aurait pu constituer une analyse des *Leçons* plus détaillée que celle que nous venons de faire. La Conférence est, d'ailleurs, plus philosophique, plus intuitive que l'ouvrage développé. Il y aura bénéfice à s'y reporter d'abord.

A. Buhl (Toulouse).

Oscar Chisini. — **Lezioni di Geometria analitica e proiettiva.** — Un volume gr. in-8° de VIII-490 pages et 299 figures. Prix: Lire 100. Nicola Zanichelli. Bologne, 1931.

Dans notre dernier fascicule nous avons rendu compte du volume IV des *Lezioni sulla Teoria geometrica delle Equazioni e delle Funzioni algebriche* dues à F. Enriques et O. Chisini. Voici un ouvrage beaucoup plus élémentaire reproduisant des leçons faites à l'Ecole d'Ingénieurs de Milan mais dues à un savant qui peut écrire en des régions beaucoup plus élevées. Et ne point dédaigner l'élémentaire est souvent l'apanage du savant véritable comme l'Italie en compte beaucoup.

La géométrie analytique dans ses parties les plus élémentaires et les plus immédiates est évidemment projective. Attribuant un degré, un ordre m aux courbes et aux surfaces, elle donne une place de première importance aux transformations qui conservent m et c'est là la projectivité étudiée ici surtout pour m égal à 1 et à 2. Dans le domaine des droites et même des coniques cette projectivité fait aisément image; elle s'observe sur des rayons ayant un rapport anharmonique et sur des points alignés qui peuvent d'ailleurs être déterminés par des faisceaux de rayons. Ces généralités extrêmement simples et connues sont illustrées ici avec beaucoup d'art, sur de très nombreuses figures tant spatiales que planes. Ces figures font comprendre en faisant d'abord voir. Les ingénieurs formés par ce livre seront des intuitifs. Les généralités de la géométrie plane se terminent d'ailleurs dans un esprit technique. Paraboles interpolatrices, c'est-à-dire formule d'interpolation de Lagrange écrite à l'aide de déterminants, puis, après l'examen de quelques courbes algébriques, sinusoïde, tangentoïde, logarithmique, spirales.

Les coniques sont projectives à au moins deux points de vue. D'abord, au sens le plus élémentaire et le plus tangible du mot, lorsqu'on dit, par exemple, que l'ellipse est une projection du cercle; ensuite par le théorème de Steiner qui conserve le rapport anharmonique d'un faisceau relatif à quatre points fixes d'une conique quand le sommet du faisceau décrit la courbe. Les théorèmes de Pascal, de Brianchon, de Desargues suivent avec nombreux aperçus sur les constructions de coniques. Les pôles et les polaires, les propriétés involutives suivent aussi dans le même ordre d'idées. Ce n'est qu'ensuite qu'on aborde les théories algébriques relevant des formes et de leurs formes polaires.

La théorie des quadriques est brève et est continuée de même par quelques généralités sur les surfaces et les lignes de l'espace. Encore une fois l'ouvrage est élémentaire. Il est néanmoins remarquable comme ayant été écrit par un géomètre qui est très au-dessus de son exposé et qui a traité les rudiments de la projectivité dans un esprit de soin et d'esthétique qu'on ne saurait trop souligner. Seulement, au delà de ces rudiments, il y a la géométrie projective des variétés générales avec association des complexes, des congruences, des espaces réglés. C'est justement un domaine où les géomètres italiens sont très forts; puissent-ils ne pas dédaigner les analyses de *L'Enseignement mathématique*. En attendant, nous reconnaissons avec empressement que les *Lezioni* de M. Chisini seront toujours une excellente introduction à de plus hautes études concernant le monde projectif.

A. Buhl (Toulouse).

Actualités scientifiques. — Fascicules gr. in-8°, avec figures et planches, se vendant séparément à prix divers. Hermann & Cie, Paris.

Ces fascicules sont simplement analysés dans l'ordre où nous les recevons. Les lacunes, évidentes d'après le numérotage, sont dues, au moins partiellement, à des retards imputables à certains auteurs. Elles n'entraînent pas de véritables discontinuités d'exposition, les sujets étant généralement indépendants et débattus suivant les exigences de l'actualité.

184. — Georges Bouligand. *La Causalité des Théories mathématiques* (Exposés de Philosophie des Sciences. Direction Louis de Broglie. 42 pages. 1934. Prix: 12 francs). — Ce fascicule réunit et développe des publications récentes de M. Bouligand. Il met à l'honneur nombre de noms modernes dont certains, tels ceux de Pierre Boutroux et de René Baire, rappellent de grands talents prématurément disparus. Le symbolisme mathématique actuel a-t-il reçu des perfectionnements définitifs ? La théorie de la démonstration doit-elle conduire à la Mathématique ébauchée par Hilbert ? Sans aller jusque-là, les ensembles et les groupes nous indiquent avec la plus grande netteté ce qu'est un domaine de causalité. Peut-on encore saisir comme une sorte de surcausalité s'établissant parfois de domaine à domaine ? Ce n'est pas impossible, mais c'est ici que nous touchons aux limites de la Science et peut-être à la fin de l'objectivité.

Les mathématiciens ont presque toujours été des philosophes sans le savoir; ils commencent maintenant à prendre conscience d'eux-mêmes et à soutenir explicitement le raisonnement philosophique par nombre de résultats trouvés par eux tant dans le champ mathématique abstrait que dans celui de la géométrie et de la mécanique, de la mécanique des milieux continus tout particulièrement. Nous sommes ici à bonne école avec M. Bouligand. Le plus remarquable est que la Philosophie ainsi reconstruite ne diffère pas essentiellement de celle des philosophes purs d'autrefois. La Pensée est donc dans une bonne voie puisqu'elle conduit à l'union de constructions d'abord conçues isolément.

194. — Elie CARTAN. *La Méthode du repère mobile, la Théorie des Groupes continus et les Espaces généralisés* (Exposés de Géométrie. Direction E. Cartan, 66 pages, 1935. Prix: 16 francs). — Développement de cinq conférences faites à Moscou, en 1930. Ce nouveau fascicule est extrêmement précieux comme résumant, de manière intuitive et facile, de nombreux mémoires de M. Cartan. La méthode du trièdre mobile n'est pas acceptée d'emblée dans les cas très étendus où elle ne peut que réussir comme elle réussissait avec Darboux. Ici l'auteur lui oppose des cas singuliers (espaces à structure isotrope, courbes minima) mais, ainsi qu'il arrive toujours, ce sont ces singularités qui éclairent la véritable nature des choses.

Il y a une méthode du *repère* mobile qui généralise, avec beaucoup de variantes, celle du trièdre. On peut commencer à s'en apercevoir en géométrie affine puis étudier les équations de structure de Darboux-Maurer-Cartan que j'avais appelées équations de Maurer-Cartan; elles conduisent aux considérations les plus générales sur les groupes continus avec introduction des formes de Pfaff. On découvre alors des repères d'ordre quelconque associés aux invariants différentiels de même ordre. Le parallélisme généralisé, la torsion, les espaces à parallélisme absolu, dans lesquels Einstein chercha sa Théorie unitaire, suivent sans peine avec une profonde analyse des notions géodésiques ou analogues. Rappel final des géométries fondées sur la notion d'aire (fascicule 72; voir *L'Ens. mathématique*, 32me année, 1933, p. 107) et, plus précisément, sur l'expression analytique, dans un continuum à trois dimensions, de l'aire d'un élément de surface. Innombrables sont les suggestions qui peuvent naître de l'étude de tels exposés. La Physique théorique n'y a pas encore puisé avec tout l'empressement désirable.

Arnaldo MASOTTI. — **Note idrodinamiche** (Publicazioni della Università catolica del Sacro Cuore. Serie undicesima: Scienze fisiche e matematiche, Volume I). — Un fascicule gr. in-8° de 66 pages. Prix: Lire 8. Società editrice « Vita e Pensiero ». Milan, 1935.

Les Publications de l'Université catholique du Sacré Cœur, analogues à celle-ci, sont déjà nombreuses. Elles forment dix séries allant de la Philosophie à la Géographie. Voici la onzième consacrée aux Sciences mathématiques et physiques; l'aspect de ce premier volume rappelle les fascicules du *Mémorial des Sciences mathématiques* ou du *Mémorial des Sciences physiques* ou encore des *Actualités scientifiques*. L'utilité sera certainement la même. Souhaitons bon accueil à la nouvelle série. M. Arnaldo Masotti nous fait fort bien augurer de sa valeur.

Ces Notes hydrodynamiques sont au nombre de trois, savoir:

1. Sul comportamento asintotico di alcuni moti piani irrotazionali.
2. Sulla corrente piana che lambisce una parete a gradino.
3. Moti piani discontinui provocati da una sorgente o da una doppieta addossata ad un ostacolo.

En 1 la vitesse complexe est régulière à l'infini et s'y annule, d'où une notion de mouvement asymptotique qui est liée à une foule de questions électromagnétiques ou gravitationnelles, sans préjudice de l'intérêt hydrodynamique proprement dit. Les déplacements de solides dans le liquide et l'influence des sources sont traités très naturellement et très simplement avec le secours des fonctions analytiques.

En 2, il s'agit du courant qui descend une marche d'escalier ou un seuil analogue. C'est encore de l'analyticité à forme plus particulièrement logarithmique.

En 3 nous trouvons une curieuse géométrie de lignes libres. Parmi ces dernières peuvent se trouver, par exemple, des arcs de cercles ou d'épicycloïdes.

Toutes ces questions reviennent, avec de nouvelles et ingénieuses simplifications, sur des problèmes attachés à de grands noms: Thomson et Tait, Routh, Poisson, Mac Cullagh, Tisserand, Levi-Civita et Amaldi, Jeans, Cisotti, Lamb, Grammel, Beltrami, Todhunter, Klein, Neumann et autres. On peut encore considérer l'exposition comme une suite de brillants exercices sur la représentation conforme. A. Buhl (Toulouse).

Abbé Potron. — **Sur l'intégrale de différentielle binome** (Extrait du *Journal de l'Ecole Polytechnique*, 33me Cahier). — Un fascicule in-4° de 16 pages. Prix: 6 francs. Gauthier-Villars. Paris, 1935.

Nous ne pouvons pas donner grande place à cette réimpression d'un article de périodique. On pouvait croire la question vidée par Tchebichef et par Liouville et il est invraisemblable qu'on puisse changer les conclusions de ces auteurs. M. l'abbé Potron apporte simplement une rigueur nouvelle basée d'abord sur une classification des transcendantes de construction élémentaire. A. Buhl (Toulouse).

R. Estève et H. Mitault. — **Eléments de Géométrie plane** à l'usage des Classes de Quatrième et de Troisième. Tome II. *La similitude et les aires.* — Un vol. in-16 de vi-104 pages et 71 figures. Prix: 8 francs. Gauthier-Villars. Paris, 1934.

Suite de l'ouvrage dont le tome I a été signalé dans notre dernier fascicule. Examen minutieux du théorème de Thalès. Similitude des polygones. Angles inscrits, propriétés triangulaires correspondantes et puissance d'un point par rapport à un cercle. Relations métriques dans le triangle. Pour les aires, certaines précautions rappellent les dissertations ultra-précautionneuses récemment publiées dans *L'Enseignement mathématique* par M. Henri Lebesgue. Certes ce n'est pas aussi fouillé et, étant donnée la destination du livre, il n'était pas souhaitable que cela le fût, mais les notions de mesure et de mesurable sont maniées comme pour des fins qu'un bon élève appréciera plus tard. A. Buhl (Toulouse).

R. Estève et H. Mitault. — **Cours de Géométrie** à l'usage des Classes de Seconde, Première et Mathématiques. Tome I. *Géométrie plane.* — Un vol. in-16 de viii-272 pages et 250 figures, cartonné. Prix: 20 francs. Gauthier-Villars, Paris, 1935.

MM. Estève et Mitault continuent à travailler pour la bonne cause et, ce qui vaut encore mieux, en connaissance de cause. Ils connaissent Cartan, Bouligand, Enriques, Gonseth,... et toutes les difficultés de principes qui tiennent à la diversité des échelles, à la différence des points de vue abstrait et physique, à l'usage inconscient des groupes et de leurs invariants, comme à tant d'autres choses encore que de bons professeurs ne verront jamais d'assez haut. L'Enseignement supérieur se doit d'en former de tels; les élèves qu'ils formeront ne penseront pas inutilement en confondant l'élémentaire et l'inférieur.

La division en Géométrie linéaire et en Géométrie métrique frappe surtout quand, dans un Livre suivant, on aborde les constructions puis les Exercices placés à la fin du volume. On est étonné, par exemple, de tout ce que l'on peut faire avec la notion d'aire invariante. Ce qui est projectif se voit; c'est surtout là que joue l'intuition. Ce qui est métrique se calcule ou, du moins, offre au calcul une prise qu'il n'y a nullement lieu de dissimuler et c'est là une des raisons qui font que Géométrie analytique et Géométrie pure ne s'opposent nullement quand on les considère sous des aspects convenables. Dans de tels ordres d'idées, l'attitude des auteurs est éminemment moderne et intéressante. Leur réussite est d'ores et déjà assurée.

A. BUHL (Toulouse).

Serge DE GLASENAPP. — **Tables de Logarithmes.** Préface de M. H. Deslandres. — Un volume, format 13 × 9, de 126 pages. Prix: 6 francs. Gauthier-Villars. Paris, 1934.

Tables bijou à 4 décimales pour les nombres de 1 à 999 et pour les lignes trigonométriques, de minute en minute, pour tous les degrés du premier quart de cercle. Quelques tables adjointes. Cette édition est évidemment faite dans un but pratique. Avec M. Serge de Glasenapp, on peut la considérer comme nous venant de l'U.R.S.S. Ce pays est maintenant un domaine, aussi bien pour la plus savante géométrie que pour l'utilitarisme banal mais nécessaire des calculs les plus courants.

Guy MALGORN. — **Lexique technique Anglais-Français,** rédigé avec la collaboration de M. Desmarets. Deuxième édition. — Un volume in-8° de XXII-256 pages. Prix: 25 francs. Gauthier-Villars. Paris, 1924.

Lexique extrêmement pratique concernant les termes anglais propres aux machines, à l'aviation, à l'électricité, à la T.S.F., aux constructions navales, à la métallurgie et à toutes choses d'ordre technique. On pourrait peut-être s'étonner de voir un tel ouvrage établi uniquement dans le sens anglais-français; pourquoi pas, comme les dictionnaires ordinaires, aussi dans le sens français-anglais ? Cela s'impose cependant beaucoup moins, la langue anglaise réunissant souvent une foule de choses disparates autour d'une même racine. Exemple: *ball*, boule; *ball-bearing*, roulement à billes; *ball-check*, soupape à boulet; *ball-cock*, robinet à flotteur, et ainsi de suite. Les termes français, on le voit, n'ont pas la concision anglaise qui demandait précisément à être développée.

L'auteur a commencé par rédiger son lexique dans un but strictement personnel. Il a certainement été fort bien inspiré en faisant ensuite éditer sa rédaction et le fait d'en être à la seconde édition de l'ouvrage prouve suffisamment l'utilité de celui-ci.

A. BUHL (Toulouse).

G. Juvet. — **Leçons d'analyse vectorielle.** Deuxième partie: Applications de l'analyse vectorielle. Introduction à la Physique mathématique. — Un vol. in-8° de 306 pp. et 19 fig.; 15 francs suisses; Librairie F. Rouge, Lausanne, et Gauthier-Villars, Paris, 1935.

C'est un beau livre que M. Juvet vient de publier et qui s'ajoute à la liste déjà nombreuse de ses œuvres. D'un style toujours soigné, il est d'une lecture fort agréable.

Son contenu dépasse d'ailleurs les applications de l'analyse vectorielle à la physique mathématique. L'auteur y traite en effet de l'hydrodynamique, de la théorie de Fredholm, de la représentation conforme, des fonctions analytiques et cela bien souvent sans notations vectorielles. L'étude de ces disciplines montre à merveille où l'analyse vectorielle doit passer la main à l'analyse ordinaire. Car où M. Juvet ne peut plus exprimer les choses vectoriellement, qui le pourrait ? (Grandeur et misère du calcul vectoriel.)

Je crois même que par les définitions intégrales (fin du T. I) des opérateurs différentiels: gradient, divergence, laplacien, l'auteur a voulu conférer à ce calcul une force qu'il n'a pas. Car ces définitions intégrales, au moyen de l'opérateur « del », ne permettent pas en général d'établir l'existence des dérivées par lesquelles s'expriment habituellement le gradient, la divergence, le rotationnel. Cette difficulté crée un malaise dans les pays où elle n'est pas soulignée. A la fin du Tome I l'auteur dit des définitions intégrales qu'elles « généralisent parfaitement la notion de dérivée ». Mais il les traduit cartésiennement au moyen des dérivées ordinaires. Le laplacien est différentiel (T. I, p. 101; T. II, p. 233), mais il est probablement intégral dans l'équation de Poisson, page 23 du T. II, car là l'existence des dérivées secondes du potentiel est douteuse, en tout cas non démontrée, dans les conditions où s'est placé l'auteur.

Dans la préface du T. II, page 10, l'auteur attribue au calcul vectoriel une rapidité à « déduire les équations différentielles, expression parfaite de la théorie des champs, à partir des lois d'action à distance ou des lois intégrales, grâce aux formules convenableemnt interprétées d'Ostrogradsky, de Green et d'Ampère-Stokes ». Mais les définitions intégrales des opérateurs n'assurent pas l'existence des dérivées par lesquelles s'exprimeraient les équations différentielles.

Ce n'est pas que je condamne pour elles-mêmes ces définitions intégrales employées par plusieurs auteurs, ni ce passage du macroscopique à l'infinitésimal, mais je les crois incapables de mener sans autre aux équations classiques.

L'analyse vectorielle permet surtout de décrire brièvement et d'une manière très intuitive la théorie des champs. Sa valeur est incontestable quand il s'agit de comparer entre elles différentes théories, sa valeur pédagogique est très grande aussi. Comme le dit excellemment M. Juvet, il permet de « décrire la structure des principales théories de la physique classique afin de les rendre plus immédiatement assimilables à qui veut ensuite les utiliser ». Et la vertu suggestive de l'analyse vectorielle est éclatante de nos jours, comme en témoigne ce beau livre. Mais pour qui est habitué à y regarder de très près, surtout dans la théorie du potentiel, c'est à l'analyse ordinaire qu'il faut en revenir et c'est elle qui juge en dernier ressort de la solidité d'une théorie[1]. L'auteur, je crois, l'admet parfaitement,

[1] La première proposition de la page 93 du T. II n'est pas exacte, à ce point de vue.

preuve en soit les belles pages qu'il consacre à la résolution classique des problèmes de Dirichlet, de Neumann et d'autres que posent les équations aux dérivées partielles.

Une particularité de ce livre amusera ceux qui connaissent par ailleurs la théorie des équations intégrales: Les théories de Volterra et d'Hilbert-Schmidt sont proposées à titre d'exercices. Il est vrai que l'auteur s'empresse de guider les premiers pas des débutants dans cette rude besogne.

Enfin, je ne voudrais pas laisser croire par la place que j'ai consacrée ici aux définitions intégrales de certains opérateurs que le livre de notre ami n'est pas d'un très grand intérêt. Au contraire, il fait beaucoup penser; certains chapitres sont parfaits: l'hydrodynamique, les équations de Fredholm, l'équation des ondes et d'autres encore, et la manière de les présenter est digne d'éloges sans réserve. Rolin Wavre (Genève).

G. Joos. — **Lehrbuch der theoretischen Physik.** Zweite Auflage. — Un vol. gr. in-8° de xvi-676 p. avec 164 fig.; relié, RM. 24; Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1934.

La première édition a été épuisée en deux ans. C'est dire que l'auteur a su adapter son exposé aux progrès les plus récents de la science. Son traité est, à l'heure actuelle, le meilleur ouvrage de Physique moderne mis à la disposition des étudiants de langue allemande. Il contient, exposées d'une manière claire et concise, les matières qui font partie d'une première étude.

Voici, à grands traits, le plan de l'ouvrage: Rappel des notions de calcul vectoriel et d'analyse mathématique utiles aux physiciens. — Mécanique, avec des chapitres sur l'élasticité, l'hydrodynamique et l'aérodynamique. — Phénomènes électrostatiques et électromagnétiques. Optique géométrique. — Atomistique des phénomènes électriques. — Théorie mécanique de la chaleur. — Mécanique quantique et mécanique ondulatoire. Théorie des spectres. — Appendice: Résolution des problèmes proposés (122 exercices).

Le livre de M. Joos se distingue par le soin avec lequel l'auteur présente ces théories dans leurs rapports avec la Physique expérimentale et la Physique technique en les accompagnant de nombreux problèmes.

H. Fehr.

H. Weber. — **Arithmetik, Algebra und Analysis.** Neubearbeitet von P. Epstein. Fünfte Auflage. (Weber-Wellstein, Enzyklopädie der Elementarmathematik, Erster Band.) — Un vol. in-8° de xvi-582 p. avec 26 fig.; relié, RM. 20; B. G. Teubner, Leipzig et Berlin, 1934.

Toujours très apprécié dans les pays de langue allemande, l'ouvrage de Weber et Wellstein comprend, comme on sait, l'ensemble des chapitres de mathématiques élémentaires dont la connaissance est indispensable au étudiants en mathématiques. Le lecteur y trouve de nombreux développements qui, faute de temps, ne peuvent être exposés dans l'enseignement secondaire, mais qui doivent faire partie d'une étude plus approfondie des éléments envisagés à un point de vue supérieur.

Le tome I, rédigé par H. Weber, traite de l'Arithmétique, de l'Algèbre et de l'Analyse algébrique. La première édition remonte à l'année 1903. Depuis la mort du savant géomètre allemand, survenue en 1913, les éditions successives ont été revues par Wellstein, puis la quatrième et la cinquième par M. P. Epstein, professeur à l'Université de Francfort. Cette nouvelle édition, qui ne diffère de la précédente que par quelques remaniements de détails, continuera à rendre de grands services aux étudiants et aux professeurs. H. FEHR.

R. HAUSSNER. — **Analytische Geometrie der Ebene.** (Sammlung Göschen, N° 65.) Deuxième édition. — Un vol. in-16 de 162 pages, avec 60 figures; relié toile, RM. 1,62; 1934.

R. HAUSSNER. — **Analytische Geometrie des Raumes.** (Sammlung Göschen, N° 89.) — Un vol. in-16 de 132 pages, avec 36 figures; relié toile, RM. 1,62; Walter de Gruyter & Co., Berlin et Leipzig, 1935.

La nouvelle édition de la Géométrie analytique de la Collection Göschen a été rédigée par M. R. Haussner, professeur à l'Université de Iéna, en remplacement de O. Simon, décédé.

Le premier volume est consacré à la géométrie analytique à deux dimensions; il contient les notions fondamentales relatives à la droite et aux sections coniques envisagées d'abord comme courbes de second ordre, puis, après un paragraphe sur les coordonnées linéaires, comme courbes de seconde classe. La géométrie analytique à trois dimensions fait l'objet du second volume. Elle est limitée aux chapitres essentiels concernant le plan, la droite et les quadriques. L'introduction des coordonnées homogènes facilite grandement l'étude des propriétés des surfaces du second ordre (ou de seconde classe). A côté des matières classiques, l'auteur donne quelques compléments qui ne figurent généralement pas dans les traités élémentaires. Signalons, par exemple, le théorème de Bauer relatif au volume du parallèlipipède rattaché à un hyperboloïde une nappe, ainsi que la génération des quadriques d'après Mac Cullach à propos des propriétés focales.

Présenté d'une manière plus systématique que l'ancien, ce nouvel exposé répond entièrement au but de la collection. H. FEHR.

O. NEUGEBAUER. — **Vorlesungen über Geschichte der antiken mathematischen Wissenschaften.** Erster Band: Vorgriechische Mathematik. (Die Grundlehren der Math. Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Bd. XLIII.) — Un volume in-8° de x-212 pages, avec 61 fig.; broché, RM. 18; Julius Springer, Berlin, 1934.

L'ouvrage de M. Neugebauer sur l'Histoire des mathématiques dans l'Antiquité comprendra trois volumes: I. Les mathématiques chez les Babyloniens et les Egyptiens; II. Les mathématiques chez les Grecs; III. L'Astronomie dans l'Antiquité.

Le présent volume, qui correspond avec quelques développements aux leçons professées à l'Université de Copenhague, traite de la période empirique qui précède de plus de mille ans les travaux des grands géomètres grecs. C'est en quelque sorte la préhistoire des mathématiques.

Jusqu'à ces dernières années on possédait peu de renseignements nouveaux sur la période babylonienne et égyptienne. Les nombreuses fouilles relativement récentes, entreprises en Egypte et en Mésopotamie, ont permis aux archéologues, aux historiens et aux philologues de réunir une foule de documents du plus haut intérêt. Pour aborder l'examen de ces documents, il faut posséder des connaissances concernant la langue et l'écriture (l'écriture cunéiforme et les hiéroglyphes), la terminologie, les systèmes de numération et de mesure, ainsi que la technique des symboles en usage chez les Anciens. L'auteur leur consacre la première moitié du volume, puis il passe à la partie mathématique.

Alors que les documents sur l'Egypte se réduisent à deux papyrus dont l'un est à Moscou et l'autre au British Museum (Papyrus Rhind) et à quelques pièces fragmentaires, on possède aujourd'hui, pour les Babyloniens, près de deux cents « tabelles » qui étaient destinées à faciliter les calculs pratiques. Ces tabelles ne donnent que les résultats, sans indications concernant la marche suivie. Leur analyse permet de constater la nature des problèmes; traduits en équations, ils conduisent à des systèmes d'équations linéaires ou à des équations du deuxième, du troisième ou du quatrième degré.

Basé uniquement sur l'étude des documents originaux, ce premier essai d'un exposé d'ensemble de la préhistoire des mathématiques constitue un bel enrichissement pour l'Histoire de la science dans l'Antiquité.

H. Fehr.

J. Pelseneer. — **Esquisse du progrès de la pensée mathématique** des Primitifs au 9me Congrès international des mathématiciens (Bibliothèque scientifique belge). — Un vol. in-16 de 161 p.; Hermann & Cie, Paris, 1935.

Ce petit volume correspond à une partie du Cours d'Histoire des sciences physiques et mathématiques que M. Pelseneer donne, depuis 1931, à l'Université libre de Bruxelles en qualité de suppléant de M. le professeur De Donder. Il contient une esquisse rapide des grandes étapes du progrès de la pensée mathématique depuis l'idée de nombre et de numération chez les primitifs jusqu'aux concepts les plus modernes.

Les matières sont réparties sur cinq chapitres:

I. Les Primitifs: Les primitifs contemporains. Le nombre; l'aspect logique; l'aspect mystique. L'absence de Géométrie. — II. Avant les Grecs: Les Egyptiens. Sumériens et Babyloniens. — III. Les Grecs. — IV. L'âge cartésien. — V. Les XIXe et XXe siècles.

L'auteur s'est inspiré, entre autres, de l'intéressant ouvrage de Pierre Boutroux intitulé « L'Idéal scientifique des mathématiciens dans l'Antiquité et dans les temps modernes », dont il cherche à généraliser et à compléter les résultats. Evitant le plus possible les formules et les considérations d'ordre technique, il s'est efforcé de mettre son livre à la portée du plus grand nombre.

H. Fehr.

F. Warrain. — **Essai sur les principes des algorithmes primitifs.** Addition, Soustraction, Multiplication, Division, Puissances, Racines. (Institut général psychologique, reconnu d'Utilité publique. Mémoires, nº 6.) — Un vol. in-8º de 151 pages; broché, 30 francs; Librairie scientifique Hermann, Paris, 1934.

L'objet de cet *Essai* est de rechercher quels modes de relations caractérisent essentiellement les algorithmes primitifs: addition, soustraction, multiplication, division, élévation aux puissances et extraction des racines. Ces mots et les symboles qui les traduisent ont servi à désigner des opérations effectuées dans des conditions très différentes de celles de l'Arithmétique où elles ont pris naissance. Que l'on songe, par exemple, au mot addition et au rôle du symbole + en Arithmétique, en Algèbre (addition algébrique, addition de nombres complexes), en Géométrie vectorielle et dans l'Algèbre de la Logique; ou encore au terme de produit et au symbole qui le représente dans les divers domaines des mathématiques (produit de nombres réels ou complexes, produit de quaternions, produits de vecteurs, produit de déterminants, produit de substitutions dans la théorie des opérations).

L'auteur cherche le fond essentiel qui autorise le rattachement de ces opérations aux notions des opérations élémentaires effectuées sur les nombres naturels. C'est par généralisation graduelle qu'on a étendu le nom des opérations arithmétiques à d'autres qui s'y rattachent par des similitudes ou par des analogies de constitution.

Après avoir passé en revue les algorithmes avec leurs interprétations dans les divers domaines, M. Warrain examine les quatre propriétés remarquables qui se présentent dans le domaine arithmétique et que les algorithmes abandonnent à mesure qu'on généralise leur usage. Ce sont la transivité, la commmutativité, la distributivité et l'associativité.

Publiée sous les auspices de l'Institut général de Psychologie à Paris, cette étude sera lue avec profit par les étudiants en mathématiques; mais elle est aussi de nature à intéresser les psychologues et les logiciens.

H. Fehr.

L. R. Lieber. — **Non Euclidean Geometry** or three Moons in Mathesis. Drawings by H. G. Lieber. — Un vol. p. in-8° de 34 p.; 1931.

L. R. Lieber. — **Galois and the Theory of Groups.** A Bright Star in Mathesis. Drawings by H. C. Lieber. — Un vol. p. in-8° de 63 p.; 1932. Edités par H. G. et L. R. Lieber, 258 Clinton Ave, Brooklyn, N.Y.

Intéresser le grand public aux mathématiques en lui montrant, sous une forme attrayante, quelques-uns des problèmes que posent la Géométrie non euclidienne ou la Théorie des groupes, tel est le but de ces deux élégantes plaquettes. Par le choix des sujets et la simplicité de l'exposition, elles répondent bien à ce que l'on peut demander d'une bonne vulgarisation. La présentation est originale, grâce à la disposition typographique et aux dessins humoristiques intercalés dans le texte. Très bien accueillis aux Etats-Unis, ces deux opuscules méritent d'atteindre un grand cercle de lecteurs.

H. Fehr.

E. L. Ince. — **Mathematical Tables,** Volume IV. *Cycles of reduced ideals in quadratic fields*. (British Association for the advancement of Science.) — Un volume in-4° de xvi-80 pages; relié, 10 Sh.; Office of the British Association, Londres, 1934.

Dans un précédent fascicule, nous avons eu l'occasion de signaler les tables numériques publiées sous les auspices de la British Association for the Advancement of Science avec le concours de son Comité des tables mathématiques. Sur la proposition de M. Berwick, le Comité a décidé de consacrer un volume aux cycles d'idéaux des corps quadratiques et de confier le travail à M. E. L. Ince.

Dans son Introduction, l'auteur rappelle les notions essentielles concernant les corps quadratiques avec la bibliographie qui s'y rattache, puis il donne la description des tables et des symboles en usage dans cette théorie. Ces tables comprennent les cycles des idéaux réduits dans le corps $[\sqrt{m}]$ pour toutes les valeurs de m inférieures à 2025 n'ayant pas de facteurs carrés.

Calculées avec soin et contrôlées par des spécialistes, ces tables seront bien accueillies de tous ceux qui font des recherches dans la théorie des nombres.

H. FEHR.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE

1. Livres nouveaux :

Tous les ouvrages adressés à la Rédaction sont signalés ici avec une brève indication de leur contenu, sans préjudice de l'analyse dont ils peuvent être ultérieurement l'objet sous la rubrique « Bibliographie ».

Actualités scientifiques et industrielles. — Fasc. in-8° en vente séparément. Librairie scientifique Hermann & Cie, Paris:

F. ENRIQUES. — *Signification de l'histoire de la pensée scientifique.* (N° 161.) 68 p.; 12 fr.

R. CARNAP. — *La Science et la Métaphysique devant l'analyse logique du langage.* (N° 172.) 44 p.; 10 fr.

L. DE BROGLIE. — *Structure de la pensée et définitions expérimentales.* (N° 173.) 24 p.; 7 fr.

L. LUSTERNIK et L. SCHNIRELMANN. — *Méthodes topologiques dans les problèmes variationnels.* (N° 188.) 51 p.; 15 fr.

R. BRAUER. — *Ueber die Darstellung von Gruppen in Galoisschen Feldern.* (N° 195.) 15 p.; 6 fr.

S. IYANAGA. — *Sur les classes d'idéaux dans les corps quadratiques.* (N° 197.) 13 p.; 5 fr.

H. CARTAN. — *Sur les groupes de transformations analytiques.* (N° 198.) 53 p.; 14 fr.

R. BAER. — *Automorphismen von Erweiterungsgruppen.* (N° 205.) 22 p.; 7 fr.

E. BUTTY. — **Introduccion a la Fisica Matematica** (Publicaciones de la Facultad de Ciencias exactas, fisicas y naturales). Vol. II: Elementos de geometria diferencial, Calculo tensorial (Para transformaciones afines y continuas). — Un vol. in-8° de 444 pages. Buenos Aires, 1934.

Le tome II de l'Introduction à la Physique mathématique publiée par l'Université de Buenos Aires comprend deux parties. La première contient les principaux chapitres de Géométrie infinitésimale exposés d'après la méthode vectorielle suivant la notation de MM. Burali-Forti et Marcolongo. La seconde partie initie l'étudiant au Calcul tensoriel et au Calcul diffé-