

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Band:** 33 (1934)  
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Buchbesprechung:** Nicolas Kryloff et N. Bogoliuboff. — La Mécanique non linéaire. — Fascicules gr. in-B°. Lieu de vente: Mejdounarodnaya Kniga, Moscou. U.R.S.S. 1934.

**Autor:** Buhl, A.

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 15.10.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Raman sont alors de merveilleux moyens d'investigation. Les moments électriques, les niveaux énergétiques, la structure de l'infrarouge, ... ont d'intimes relations avec ces effets.

Avec le regret d'être si bref, passons à la Partie II: Cristaux. En principe tous les solides sont considérés comme cristallisés; ceux qui semblent amorphes sont à rapprocher de liquides à viscosité énorme. Il y a d'abord une sorte de géométrie réticulaire dont les combinaisons abstraites pourraient être développées sans accord obligé avec la réalité observable. La théorie physique consiste à peupler ce monde des réseaux avec des objets qui sont les cristaux et de telle manière que les édifices obtenus puissent supporter des effets mécaniques, électriques, magnétiques tout en transmettant la lumière. De plus les symétries cristallines ne vont pas sans *groupes* qui peuvent aussi jouer dans les assemblages électroniques; certes, ce ne sont pas toujours les mêmes mais l'habitude de penser en groupes finit par s'étendre à tous et c'est pourquoi l'étude des cristaux peut encore constituer une préparation à l'étude des transformations des équations de la Mécanique quantique.

En Troisième partie, la Statistique de la Théorie des Quanta semble être maintenant en place excellente. L'équilibre statistique entre états quantiques entraîne d'abord une analyse à la fois combinatoire et exponentielle, ce dernier adjectif se rapportant surtout aux idées de Boltzmann. Le spectre du corps noir conduit à celles de Planck. Les distributions statistiques différentes (Boltzmann, Bose-Einstein, Fermi) sont des sortes d'indéterminations quantifiées entre lesquelles le choix ne semble pas s'imposer.

Les gaz ont leur quantification et inversement le monde électronique et photonique peut bénéficier de lois établies d'abord pour des gaz. Il y a même une distribution statistique des électrons dans l'atome qui, à coup sûr, est loin de pouvoir déterminer ce dernier mais qui lui interdit certaines physionomies.

Vraiment un examen, même trop rapide, de ces idées laisse une impression au-dessus de tout éloge. Nous devons à Enrico Fermi non seulement ses confidences personnelles sur la structure de la matière, mais aussi comme la quintessence d'ouvrages beaucoup plus volumineux tels celui de H. Fowler sur les *Statistical Mechanics* (voir *L'Ens. mathématique*, t. 28, 1929, p. 145). Et ceci, comme nous l'avons indiqué au début, ne constituerait que le premier volume d'un Traité général. J'imagine qu'une telle entreprise va rendre éclatante la beauté de la science nouvelle alors qu'on trouve encore tant et tant de gens pour ne parler que de ses difficultés.

A. BUHL (Toulouse).

Nicolas KRYLOFF et N. BOGOLIUBOFF. — **La Mécanique non linéaire.** — Fascicules gr. in-8°. Lieu de vente: Mejdounarodnaya Kniga, Moscou, U.R.S.S. 1934.

Nous réunissons sous le titre ci-dessus quatre nouveaux fascicules publiés par les savants auteurs en la seule année 1934. Nous avons déjà eu l'occasion d'attirer l'attention sur cette œuvre originale et puissante (voir *L'Ens. mathématique*, 31<sup>me</sup> année, 1932, pp. 314-315) qui s'est ajoutée à la Mécanique classique à peu près comme la Mécanique quantique mais pour

des raisons plus techniques. Désignons d'abord exactement les quatre publications récentes dont il s'agit :

- a) *Application des Méthodes de la Mécanique non linéaire à la Théorie des perturbations des systèmes canoniques* (56 pages. Prix: 4 roubles 50);
- b) *Sur quelques développements formels en séries dans la Mécanique non linéaire* (92 pages. Prix: 6 roubles 50);
- c) *Les Méthodes de la Mécanique non linéaire appliquées à la Théorie des oscillations stationnaires* (112 pages. Prix: 7 roubles 50);
- d) *Méthodes nouvelles de la Mécanique non linéaire dans leur application à l'étude du fonctionnement de l'oscillateur à lampe* (244 pages. Prix: 4 roubles 75).

Notons que les monographies *a*, *b*, *c* sont éditées par l'Académie des Sciences de l'Ukraine, tandis que *d* dépend du *Technischer Staatsverlag U.R.S.S.*

La place nous manque pour analyser tout ceci avec les détails qui seraient nécessaires. Il nous paraît grandement utile de renvoyer à un article, des créateurs eux-mêmes, publié dans la *Revue générale des Sciences* du 15 janvier 1933. Toutefois, il n'est pas impossible de caractériser leur œuvre en quelques mots. On peut dire que la Mécanique céleste, généralement non linéaire, a d'abord servi de modèle. Les travaux de Poincaré et de Liapounoff n'ont été possibles que parce qu'au delà du linéaire, il subsistait des formes canoniques, du périodique, puis du quasi-périodique, toutes choses moins maniables que le linéaire, mais encore susceptibles d'être codifiées. C'est avec beaucoup d'originalité que MM. Kryloff et Bogoliuboff ont travaillé à cette codification. Les équations différentielles ont été parfois remplacées par des équations fonctionnelles à symbolisme plus maniable. Quand ce symbolisme est trop sommaire on a recours, au delà, à des considérations d'asymptotisme et ceci semble parallèle aux méthodes matricielles de la Mécanique quantique au delà desquelles s'établissent des théories perturbatrices.

Le fascicule *a* est rédigé entièrement en français; il prolonge Poincaré de très près. On y retrouve les célèbres problèmes de divergence rajeunis par des considérations dont certaines sont dues à M. A. Wintner et datent de 1930. Certaines méthodes exigent des rationalités paramétriques bien connues en Mécanique céleste et encore très voisines des cas quantiques.

En *b* nous ne trouvons qu'un très court résumé français, mais le seul aspect des formules nous montre des approximations successives relatives à des systèmes différentiels, approximations étudiables par séries de nature trigonométrique. Donc pas de termes séculaires explicites. Phénomènes de résonance non linéaires.

En *c* nous avons dix pages de résumé français. Cette fois il y a contact avec les travaux de G. Birkhoff (*Dynamical Systems*. Voir *L'Ens. mathématique*, t. 27, 1928, p. 170). Faut-il rappeler que Birkhoff se rendit célèbre, tout jeune, en résolvant un problème d'invariants intégraux que Poincaré, malade, abandonnait peu avant sa mort. Ces terrains difficiles sont maintenant largement fécondés. Citons également M. Tullio Levi-Civita. Quant on ne peut pratiquement atteindre que des premières approximations, il faut savoir reconnaître sur celles-ci la quasi-périodicité des phénomènes.

En *d* nous trouvons d'abord l'article de la *Revue générale des Sciences* signalé plus haut, puis un résumé, de trois pages, en anglais. Il s'agit, cette

fois, de radiotechnique, c'est-à-dire, au fond, d'électromagnétisme et, comme les symétries électromagnétiques sont plus simples et plus riches que celles du monde mécanique proprement dit, les théories linéaires ou non linéaires y gagnent tout spécialement. Les associations de circuits des figures, généralement très simples, semblent communiquer leur simplicité aux formules dont beaucoup s'inspirent du calcul de Heaviside. Il ne faut d'ailleurs pas voir des choses définitives dans toute cette belle analyse qui doit être considérée, au premier chef, comme génératrice de nouveaux développements bien dignes de tenter de jeunes esprits justement équilibrés dans des domaines à la fois théoriques et techniques. Souhaitons aussi qu'en France on s'intéresse, de plus en plus, à ces développements. Le *Mémorial des Sciences mathématiques*, en son fascicule 49, les a déjà accueillis; il les accueillera encore. Personnellement, je suis aise de rappeler que, parmi les premiers Mémoires français de M. Kryloff, se trouvent ceux qui furent publiés par les *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse* en 1925 et en 1927. Pour des compléments tout à fait récents, voir une Note aux *Comptes rendus* du 26 décembre 1934, page 1592. Une seconde Note est insérée dans le fascicule du 7 janvier 1935, page 113. A. BUHL (Toulouse).

Gaston JULIA. — **Leçons sur la Représentation conforme des Aires multiplement connexes** recueillies et rédigées par G. Bourion et J. Leroy (Cahiers scientifiques publiés sous la direction de M. Gaston Julia, fasc. XIV). — Un volume gr. in-8° de vi-96 pages. Prix: 28 francs. Gauthier-Villars & C<sup>ie</sup>, Paris. 1934.

Ce fascicule est évidemment la suite de celui publié par le même et brillant auteur à propos des aires simplement connexes (voir *L'Ens. mathématique*, 30<sup>me</sup> année, 1931, p. 159). Le sujet fait immédiatement penser aux fonctions algébriques et aux surfaces de Riemann, mais ce n'est là qu'une face de la question. Celle-ci comprend les travaux de Poincaré sur l'uniformisation des fonctions analytiques presque illisibles à l'époque où parut, aux *Acta mathematica*, le principal mémoire et cependant dépassés maintenant. D'importants développements de la même question sont dus à M. Emile Picard et enfin le rôle uniformisant des groupes fuchsien ou kleinéens de Poincaré ayant été réexposé par Fatou dans la réédition des *Fonctions algébriques* de Paul Appell et Edouard Goursat (voir *L'Ens. mathématique*, 29<sup>me</sup> année, 1930, p. 346) on voit quelles sont les théories, souvent jugées ardues quoique bien classiques, qui sont maintenant reprises et prolongées par M. Gaston Julia.

La question, avec Schottky, est d'abord toute imprégnée de correspondances entre courbes algébriques, ce sont on s'affranchit ensuite en considérant plus généralement des correspondances entre domaines *canoniques* dont l'un, d'après Hilbert, est un plan pourvu de coupures convenables, cependant qu'avec Kœbe, les domaines canoniques peuvent être formés de cercles non sécants. Plus profonds encore et beaucoup plus près de nous sont les travaux de M. de la Vallée Poussin qui créent les domaines limités par des courbes d'égal module d'un même polynôme. De là aux *cassiniennes* de M. Julia il n'y a qu'un pas.

Tout cet enchaînement ne se développe pas sans préliminaires et sans parenthèses. On peut d'abord s'occuper de la représentation conforme d'une aire multiplement connexe sur un cercle; il y a un théorème d'existence et