CARRÉS LATINS SEMI-DIAGONAUX

Autor(en): **Margossian, A.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **34 (1935)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **16.07.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-26618

CARRÉS LATINS SEMI-DIAGONAUX

PAR

A. Margossian, Ingénieur (Ecole des Ponts et Chaussées de Paris) [1].

I. — Leur relation avec les carrés d'Euler.

Soit un carré de n^2 cases; si l'on range les n premiers nombres naturels dans chacune des lignes de ce carré, de façon que ces n nombres figurent aussi *tous* dans chacune de ses colonnes, on aura construit ce que l'on nomme un *carré latin.* La quantité n est la *racine* ou *module* du carré.

Si ces n nombres figurent aussi tous dans chacune des deux diagonales, on dit que le carré latin est *diagonal.* Si une seule de ces diagonales satisfait à cette condition [2], le carré est *semi-diagonal.* La semi-diagonalité peut être *droite* ou *gauche*; la distinction est importante, on la définira bientôt.

Je ne m'occuperai ici que des carrés latins que j'appelle *réguliers* et qui sont seuls intéressants. Un carré régulier est celui dont chaque ligne se déduit de celle qui la précède suivant un *procédé uniforme.* En d'autres termes, les lignes d'un carré ne sont que des permutations différentes des n éléments qui entrent dans sa constitution; dans un carré régulier, une *même permutation* permet de déduire chaque ligne d'une autre d'entre elles.

---

[1] M. A. Margossian est décédé en novembre 1931 à Strobl près d'Ischl (Autriche). Bien que gravement atteint par la maladie, il poursuivit jusqu'à ses derniers jours ses intéressantes recherches sur les carrés latins et les carrés d'Euler. Le présent travail fait suite à celui que nous avons publié dans le tome XXX (p. 41-49). Sa dernière note, intitulée « Des carrés d'Euler de racines ou de modules premiers », paraîtra dans un prochain fascicule. — *N. d. l. R.*

[2] Pour simplifier le langage, je qualifierai souvent de *magique* la diagonale satisfaisant à cette condition.

Dès que l'on s'est donné la *première ligne* ou *base* du carré et que l'on a défini la permutation à adopter (je dois prévenir le lecteur que toutes les permutations ne peuvent pas être utilisées), le carré est entièrement déterminé. Cette première ligne ou base est un arrangement arbitraire des n premiers nombres; pour pouvoir comparer les carrés entre eux, on adopte en général, à cet effet, la *suite naturelle* de ces n nombres.

La formation la plus commode, autrement dit le système le plus commode de permutations est celui que l'on désigne sous le nom de *permutations circulaires*. Il consiste, étant donnée la première colonne du carré que l'on peut adopter d'une manière arbitraire, à inscrire les nombres, à partir du premier élément de chaque ligne, dans l'ordre même qu'ils ont dans la base à compter de cet élément.

Voici par exemple le carré latin de module 9, dans la première colonne duquel on a donné aux nombres l'ordre même de ceux de la base.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	3	4	5	6	7	8	9	1
3	4	5	6	7	8	9	1	2
4	5	6	7	8	9	1	2	3
5	6	7	8	9	1	2	3	4
6	7	8	9	1	2	3	4	5
7	8	9	1	2	3	4	5	6
8	9	1	2	3	4	5	6	7
9	1	2	3	4	5	6	7	8

On remarquera que seule la diagonale *partant de l'origine* contient tous les nombres; le carré est donc semi-diagonal. Je propose de dire, pour simplifier le langage, qu'il est *semi-diagonal droit*, par opposition au carré *semi-diagonal gauche*, quand c'est la seconde diagonale qui jouit de cette propriété. Ces définitions étaient nécessaires pour la facile compréhension de ce qui suit.

Soit maintenant (a) la première colonne d'un carré latin construit par permutations circulaires et ayant pour base la série naturelle. Cette première colonne est supposée arbitrairement ordonnée. Inscrivons sous ses termes ceux de la série ordonnée

$$0 \,.\, 1 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, .\, .\, .\, .\, .\, .\; (n-1)$$

et faisons les *sommes des éléments superposés*[1]. Ces sommes sont évidemment les éléments de la première diagonale, dans l'ordre même où on les rencontre en descendant de l'origine. Si ces sommes sont toutes différentes, le carré sera pour le moins *semi-diagonal droit.*

Les éléments de la deuxième diagonale s'obtiendront en retranchant des termes de (a), respectivement ceux de la série naturelle des n premiers nombres. Ces différences sont les éléments cherchés, dans l'ordre même qu'ils ont dans le carré, à partir de l'élément n de la base. Si elles donnent tous les nombres 1 à n, le carré est *semi-diagonal gauche.*

Lorsqu'une série (a) satisfait à cette dernière condition, on démontre qu'elle définit *un carré d'Euler.*

Je ne m'étendrai pas sur cette démonstration qui exigerait de longs développements; mais il me faut montrer comment une telle série (a) permet de construire le carré eulérien[2].

Un carré d'Euler résulte de l'association terme à terme de *deux carrés latins réguliers.*

---

[1] Il faut se rappeler que ces sommes sont des congruences de module n et qu'il est nécessaire de les diminuer de n lorsqu'elles sont supérieures à ce nombre. Par analogie, les différences, dont il sera question ci-après, devront être augmentées de n, lorsqu'elles seront $\leqq 0$.

[2] Je dois, pour le lecteur qui ignore les carrés d'Euler, en donner ici la notion. Considérons le groupe d'éléments composés chacun de deux nombres ou *indices* et qui forment la figure suivante (ces éléments sont les arrangements deux à deux, avec répétition des n nombres 1 à n):

11	12	13	14	......	$1\,n$
21	22	23	24	......	$2\,n$
31	32	33	34	......	$3\,n$
41	42	43	44	......	$4\,n$
.	.	.	.		.
.	.	.	.		.
.	.	.	.		.
$n1$	$n2$	$n3$	$n4$	......	$n\,n$

On remarquera que les éléments dans chaque ligne ont même premier indice, tandis que dans chaque colonne, ce sont les seconds indices qui sont identiques. Ces n^2 éléments sont tous différents; si on les distribue dans un carré de n^2 cases, *de façon qu'on ne trouve pas un premier ou bien un second indice deux fois répété* dans une quelconque ligne ou colonne des rangées du carré, on aura construit un carré d'Euler. J'ajouterai incidemment que si n est premier, il suffit que chaque rangée du carré d'Euler soit constituée par la suite des éléments que rencontre une ligne inclinée (non parallèle à l'une des deux directions principales du groupe) unissant deux quelconques des éléments de cette figure que l'on doit supposer indéfiniment reproduite de façon à couvrir tout le plan.

Je ferai observer ici que le problème des carrés d'Euler ne consiste pas à construire des carrés, fussent-ils nouveaux ou inédits, mais à épuiser tous ceux que produit une racine donnée. La méthode que je fais connaître dans cette note donne la solution complète en ce qui concerne les modules premiers.

Si l'on veut, ainsi qu'il est d'usage, que la base du carré d'Euler soit la série naturelle

$$11 \,.\, 22 \,.\, 33 \,.\, 44 \,.\, .\, .\, .\, .\, .\, \, nn$$

les deux carrés latins composants *ne doivent différer que par l'ordre de leurs lignes*, leurs bases étant la série naturelle.

Le lecteur est prié d'admettre ces propositions, dont la démonstration ne saurait être placée ici.

Un carré d'Euler résultant de l'association de deux carrés latins, j'adopte comme *carré des premiers indices* celui dont la première colonne est ordonnée suivant la série naturelle. Dans le module 7 par exemple, le carré des premiers indices sera

1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	1
3	4	5	6	7	1	2
4	5	6	7	1	2	3
5	6	7	1	2	3	4
6	7	1	2	3	4	5
7	1	2	3	4	5	6

Le problème des carrés d'Euler se ramène ainsi à la détermination du carré latin des seconds indices.

Partant des deux conventions précédentes, à savoir:

1° La base du carré eulérien devant être

$$11 \quad 22 \quad 33 \quad 44 \,.\, .\, .\, .\, .\, .\, \, nn$$

chacun des deux carrés composants doit avoir pour base la série naturelle.

2° La première colonne du carré latin des premiers indices est identique à sa base, c'est-à-dire que les nombres y sont rangés dans leur ordre naturel, il suffit de connaître la *première colonne* du carré des seconds indices pour définir sans ambiguité le carré d'Euler, puisque cette première colonne définit entièrement la situation de tous les éléments de ce carré latin des seconds indices.

Ce qui précède étant bien compris, on peut démontrer que si un carré latin *est semi-diagonal gauche, sa première colonne définit un carré d'Euler.* Réciproquement si, *dans un carré d'Euler*, les premiers indices dans la première colonne sont rangés dans leur ordre naturel, le carré des seconds indices est semi-diagonal gauche.

Avant d'aller plus loin, je dois encore énoncer, sans les démontrer, certaines propositions importantes [1] que le lecteur est prié d'admettre au moins provisoirement.

1° Le nombre des carrés latins réguliers ayant une base donnée et essentiellement distincts, c'est-à-dire irréductibles entre eux, est, *pour un module premier* n, égal à $(n-2)!$ C'est aussi le nombre des permutations différentes que l'on peut adopter pour leur construction.

2° Chacun de ces carrés latins donne naissance à un groupe distinct de carrés d'Euler; il y a donc $(n-2)!$ groupes différents de carrés eulériens d'un module n premier.

On saura qu'il suffit de connaître un seul de ces groupes pour pouvoir déterminer tous les autres.

3° On peut toujours ramener aux permutations circulaires un mode régulier de générations d'un carré latin de module premier, à la condition de modifier convenablement la base de ce carré.

4° Pour les modules *impairs non premiers*, les divers groupes de carrés eulériens que l'on pourrait constituer sont tout à fait indépendants les uns des autres. Il n'est pas possible de réduire à une même formation les carrés latins correspondants à ces divers groupes.

---

[1] Je préviens le lecteur que je possède la démonstration de toutes les propositions que je me suis borné à citer ici.

Je donne ci-après, à titre d'exemple, trois carrés d'Euler appartenant respectivement aux modules 7, 9 et 11

11	22	33	44	55	66	77
23	34	45	56	67	71	12
36	47	51	62	73	14	25
42	53	64	75	16	27	31
57	61	72	13	24	35	46
65	76	17	21	32	43	54
74	15	26	37	41	52	63

11	22	33	44	55	66	77	88	99
28	39	41	52	63	74	85	96	17
37	48	59	61	72	83	94	15	26
45	56	67	78	89	91	12	23	34
54	65	76	87	98	19	21	32	43
69	71	82	93	14	25	36	47	58
73	84	95	16	27	38	49	51	62
86	97	18	29	31	42	53	64	75
92	13	24	35	46	57	68	79	81

11	22	33	44	55	66	77	88	99	10.11	11.11
23	34	45	56	67	78	89	9.10	10.11	11.1	12
35	46	57	68	79	8.10	9.11	10.1	11.2	13	24
48	59	6.10	7.11	81	92	10.3	11.4	15	26	37
5.10	6.11	71	82	93	10.4	11.5	16	27	38	49
62	73	84	95	10.6	11.7	18	29	3.10	4.11	51
76	87	98	10.9	11.10	1.11	21	32	43	54	65
8.11	91	10.2	11.3	14	25	36	47	58	69	7.10
94	10.5	11.6	17	28	39	4.10	5.11	61	72	83
10.7	11.8	1.9	2.10	3.11	41	52	63	74	85	96
11.9	1.10	2.11	31	42	53	64	75	86	97	10.8

On voit par ces exemples le mécanisme de la construction, qui est des plus simples. Il sera facile pour le lecteur de rectifier les erreurs, qui pourraient se glisser en cours d'impression.

Je donnerai encore la première colonne du carré des seconds indices de quelques carrés d'Euler pour les mêmes modules. On pourra aisément les construire.

Module 7.

1 . 4 . 2 . 7 . 6 . 3 . 5
1 . 5 . 7 . 3 . 6 . 4 . 2
1 . 6 · 4 . 3 . 7 . 2 . 5
1 · 6 · 5 . 2 . 4 . 7 . 3

Module 9.

1 . 4 . 9 . 8 . 3 . 7 . 6 . 2 . 5
1 . 5 . 4 . 9 . 3 . 8 . 2 . 7 . 6
1 . 8 . 7 . 6 . 4 . 2 . 5 . 9 . 3
1 . 9 . 2 . 7 . 6 . 8 . 3 . 5 . 4

Module 11.

1 . 3 . 6 . 2 . 9 . 11 . 4 . 10 . 8 . 5 . 7
1 . 3 . 2 . 6 . 10 . 9 . 11 . 4 . 7 . 5 . 8
1 . 3 . 2 . 9 . 7 . 10 . 5 . 11 . 4 . 6 . 8
1 . 3 . 5 . 8 . 2 . 11 . 10 . 7 . 4 . 6 . 9
1 . 3 . 9 . 6 . 2 . 11 . 10 . 7 . 5 . 8 . 4
1 . 3 . 8 . 7 . 11 . 10 . 5 . 4 . 6 . 9 . 2

Voici encore quelques séries de module 13.

1 . 8 . 6 . 11 . 13 . 5 . 12 . 4 . 10 . 7 . 9 . 3 . 2
1 . 11 . 7 . 10 . 3 . 13 . 8 . 5 . 12 . 9 . 6 . 4 . 2
1 . 10 . 8 . 13 . 11 . 4 . 6 . 9 . 12 . 7 . 5 . 3 . 2
1 . 3 . 12 . 10 . 13 . 11 . 9 . 7 . 6 . 8 . 5 . 2 . 4
1 . 7 . 11 . 13 . 1 . 12 . 5 . 10 . 3 . 9 . 8 . 2 . 4
1 . 6 . 13 . 9 . 12 . 4 . 2 . 10 . 8 . 11 . 7 . 5 . 3

Après les explications qui précèdent, le problème des carrés d'Euler d'un module premier consiste à déterminer les carrés latins semi-diagonaux gauches que fournit ce module. Il me reste à montrer le procédé à employer à cet effet.

II. — Etude sommaire des carrés latins semi-diagonaux et détermination des carrés d'Euler.

Je rappelle que ces carrés latins doivent être construits par permutations circulaires.

Considérons le carré latin ci-après [1]:

1	2	3	4	5	6	7			2	3	4	5	6	7	1	
2	3	4	5	6	7	1			4	5	6	7	1	2	3	
4	5	6	7	1	2	3			6	7	1	2	3	4	5	
6	7	1	2	3	4	5	(1)		3	4	5	6	7	1	2	(2)
3	4	5	6	7	1	2			7	1	2	3	4	5	6	
7	1	2	3	4	5	6			5	6	7	1	2	3	4	
5	6	7	1	2	3	4			1	2	3	4	5	6	7	

On constate qu'il est semi-diagonal droit. Transportons sa base sous le carré, nous aurons la figure (2).

Si nous lisons ce carré de bas en haut, nous voyons que, sous cette forme, il est semi-diagonal gauche. C'est-à-dire que si l'on inverse bout pour bout les $(n-1)$ derniers termes d'une série déterminant la semi-diagonalité droite du carré latin, la nouvelle série lui donnera la semi-diagonalité gauche.

---

[1] Le fait que l'on a pris comme exemple un carré de module 7 ne nuit aucunement à la généralité des conclusions auxquelles on aboutit.

Etudions la figure (1); toutes *les diagonales brisées parallèles à la première* présentent le même caractère que celle-ci, c'est-à-dire qu'elles contiennent tous les nombres 1 à n. Le carré est donc non seulement semi-diagonal, mais aussi *semi-diabolique droit.*

Chacune de ses sept colonnes a donc une ordonnance assurant sa semi-diabolie; il suffit, pour la réaliser, de prendre dans chacune d'elles la suite des nombres à partir de l'unité et dans le sens descendant. Il est clair que ces colonnes se déduisent de l'une quelconque d'entre elles, en ajoutant à tous ses termes un des nombres 1 à 6. Pour un module n, c'est l'un des nombres 1 à $(n-1)$ qu'il faudrait ajouter. Pour abréger, je désignerai ces séries sous le nom de *séries d'additions.*

On a vu que si l'on inverse bout pour bout les $(n-1)$ derniers termes de ces suites, chacune de ces transformées, disposée en première colonne, détermine la semi-diabolie gauche du carré.

Ainsi, une série de module n impair, qui assure la semi-diagonalité du carré, est le noyau d'un groupe de $2n$ séries différentes assurant par moitiés la semi-diagonalité droite et gauche du carré latin adopté.

Les séries déterminant la semi-diagonalité du carré latin régulier, que nous étudions, se partagent en deux catégories bien distinctes qu'il importe de définir [1].

Ordonnons la première colonne du carré latin de module 9, dans l'ordre

$$1 \,.\, 4 \,.\, 9 \,.\, 3 \,.\, 5 \,.\, 7 \,.\, 2 \,.\, 6 \,.\, 8 \quad (\alpha)$$

Le carré deviendra *semi-diabolique droit.* Les huit dernières colonnes du carré jouissent de la même propriété.

En inversant comme précédemment, l'ordre des huit derniers termes de chacune de ces séries et aussi de la première, on obtiendra des arrangements qui, en première colonne, assureront la semi-diabolie gauche du même carré. Nous avons ainsi obtenu $2n$ séries produisant par moitiés la semi-diabolie droite et gauche du carré latin. Dans le cas ici étudié $2n = 18$.

---

[1] La théorie ici développée s'applique intégralement aux modules premiers. Elle doit subir quelques restrictions lorsqu'il s'agit des modules impairs non premiers. On se borne à signaler l'existence de ces particularités.

La série ci-après

$$1 \,.\, 2 \,.\, 9 \,.\, 4 \,.\, 5 \,.\, 3 \,.\, 8 \,.\, 6 \,.\, 7 \quad (\beta)$$

donnera aussi comme la précédente $2n = 18$ carrés semi-diaboliques droits et gauches. Mais elle donnera encore, ainsi que toutes celles qui en seront déduites par additions, un nouveau groupe de $2n$ carrés et cela, par le procédé suivant.

Remplaçons chacun des $(n - 1)$ derniers éléments de cette série par leur complémentaire par rapport à $(n + 2)$, égal à 11 dans notre exemple. Les séries nouvelles que l'on obtiendra, ainsi que celles que l'on en tirera par inversion détermineront également la semi-diabolie du carré; mais cette diabolie sera différente de celle produite par la série initiale. Si celle-ci a donné une diabolie droite, sa transformée déterminera la diabolie gauche et vice-versa.

Ce procédé des complémentaires, appliqué à la série (α) et à celles que l'on en déduit par additions, ne produira pas de carrés nouveaux, ainsi qu'il est facile de le vérifier.

On peut, à *priori*, faire le départ de ces deux catégories d'arrangements. Il suffit pour cela de dresser le tableau des séries d'additions de l'arrangement que l'on veut classer. Si dans l'une d'elles, *abstraction faite de son élément origine*, la somme des termes à égale distance des extrêmes est uniformément égale à $(n + 2)$, cette série a pour complémentaire son inversée; alors, les $(n - 1)$ autres séries peuvent être partagées en $\frac{n-1}{2}$ couples, dans chacun desquels l'inversée de l'une des séries est la complémentaire de l'autre. En cet état, dès que les inversées ont été utilisées, les complémentaires feraient double emploi. Cette particularité différencie les séries (α) des (β).

La série de module 11

$$1 \,.\, 9 \,.\, 11 \,.\, 4 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 5 \,.\, 7 \,.\, 8 \,.\, 6 \,.\, 10 \quad (\gamma)$$

donne, en ajoutant 7 à chacun de ses éléments, la suite

$$\overrightarrow{8 \,.\, 5 \,.\, 7 \,.\, 11 \,.\, 9 \,.\, 10} \,.\, \overrightarrow{1 \,.\, 3 \,.\, 4 \,.\, 2 \,.\, 6}$$

ou, en relevant les termes à partir de l'unité, la série

$$1 \,.\, 3 \,.\, 4 \,.\, 2 \,.\, 6 \,.\, 8 \,.\, 5 \,.\, 7 \,.\, 11 \,.\, 9 \,.\, 10$$

dont l'inversée est identique à sa complémentaire. Par conséquent, les séries complémentaires ne donneront pas de carrés nouveaux. Ainsi, la série (γ) permettra de constituer seulement vingt-deux carrés semi-diaboliques dont onze droits et onze gauches.

La série

$$1 . 3 . 4 . 7 . 10 . 6 . 2 . 9 . 5 . 11 . 8 \quad (\delta)$$

qui n'appartient pas à la catégorie précédente et toutes celles que l'on en déduira par additions, inversions et complémentaires, produiront vingt-deux carrés semi-diaboliques droits et autant de semi-diaboliques gauches.

Les trois séries suivantes de module 13

1 . 2 . 6 . 10 . 7 . 4 . 12 . 3 . 11 . 8 . 5 . 9 . 13
1 . 10 . 13 . 7 . 3 . 4 . 6 . 9 . 11 . 12 . 8 . 2 . 5
1 . 4 . 5 . 6 . 7 . 8 . 11 . 9 . 13 . 10 . 2 . 12 . 3

donneront chacune vingt-six carrés seulement; car les deux premières sont identiques à leurs complémentaires inversées et il suffit d'ajouter 8 aux éléments de la troisième pour faire apparaître le même caractère, en le rompant ensuite, comme plus haut, à partir de 1.

Les séries ci-après du même module

1 . 2 . 3 . 6 . 13 . 5 . 7 . 8 . 4 . 10 . 11 . 9 . 12
1 . 6 . 11 . 12 . 8 . 4 . 10 . 3 . 13 . 2 . 9 . 7 . 5
1 . 4 . 7 . 5 . 8 . 6 . 10 . 12 . 9 . 11 . 13 . 2 . 3

donneront chacune cinquante-deux carrés.

Les séries de module 15

1 . 5 . 8 . 10 . 11 . 13 . 14 . 2 . 15 . 3 . 4 . 6 . 7 . 9 . 12
1 . 3 . 8 . 12 . 7 . 13 . 6 . 2 . 15 . 11 . 4 . 10 . 5 . 9 . 14
1 . 3 . 8 . 12 . 2 . 4 . 6 . 7 . 10 . 11 . 13 . 15 . 5 . 9 . 14

appartiennent à la première de ces deux catégories et les suivantes

1 . 2 . 12 . 10 . 5 . 6 . 4 . 8 . 13 . 14 . 9 . 11 . 15 . 7 . 3
1 . 4 . 9 . 15 . 11 . 5 . 3 . 6 . 14 . 10 . 7 . 12 . 2 . 8 . 13
1 . 12 . 13 . 8 . 10 . 7 . 3 . 15 . 2 . 14 . 11 . 9 . 5 . 6 . 4

à la seconde.

Le groupe des carrés latins semi-diagonaux n'est pas encore épuisé.

Partant d'un carré semi-diagonal droit, formons la figure ci-après:

```
1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9
4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 1 - 2 - 3 - 4
2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 1 - 2 - 3
6 - 7 - 8 - 9 - 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8
8 - 9 - 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 1 - 2
3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7
5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 1
9 - 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6
7 - 8 - 9 - 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 1 - 2 - 3 - 4 - 5
```

figure dans laquelle on a reproduit à droite le petit triangle des nombres qui se trouvent sous la diagonale magique (première diagonale). On a ainsi constitué un parallélogramme ayant pour base la base du carré et pour côté sa première diagonale.

Abstraction faite de la déformation, la figure nouvelle ainsi créée est un carré semi-diagonal gauche, sa diagonale magique étant constituée par la dernière colonne du carré générateur.

Cette figure démontre une propriété générale, à savoir: si la première colonne d'un carré latin a l'ordonnance de la première diagonale d'un carré semi-diagonal droit, le carré résultant sera semi-diagonal gauche. Il faut cependant remarquer que cette transformation ne produit pas nécessairement un carré nouveau. Si l'on construit, par exemple, le carré semi-diagonal droit défini par la série

1 . 7 . 4 . 6 . 10 . 11 . 5 . 8 . 2 . 9 . 3 (*b*)

on constatera que sa diagonale magique ainsi que les diagonales brisées, qui lui sont parallèles, sont identiques à ses séries d'additions inversées.

Il n'en est pas de même du carré défini par la série

$$1 . 10 . 7 . 11 . 4 . 2 . 9 . 3 . 5 . 8 . 6$$

Cette particularité, que l'on trouvera dans tous les modules impairs, peut être diagnostiquée *a priori*. Elle est spéciale à certaines séries se rattachant à la théorie des carrés d'Euler et qu'il me faut définir en quelques mots pour faire comprendre ce qui suit.

Soit une série

$$1 \quad a \quad b \quad c \ldots\ldots \quad p \quad q \qquad (m)$$

déterminant un carré semi-diagonal droit.

Nous savons que son inversée

$$1 \quad q \quad p \ldots\ldots \quad c \quad b \quad a \qquad (\mu)$$

définit un carré semi-diagonal gauche et par suite un carré d'Euler.

La première diagonale du carré (m) est évidemment

$$1 \quad (a+1) \quad (b+2) \quad (c+3) \ldots\ldots (p+n-2) \quad (q+n-1) \quad (\rho)$$

Pour des raisons qui ne peuvent trouver place ici, je donne à cette série le nom d'*adjointe* de (μ).

Il est maintenant possible d'énoncer ma proposition.

« Si une série (μ) ou bien une de celles que l'on en déduit par additions est identique à son adjointe, la transformation précédente ne peut pas donner de carré nouveau ».

Ainsi, en ajoutant 2 à tous les éléments de la série (b) ci-dessus inversée, on fera apparaître cette condition.

Il suffit d'ajouter 1 à tous les termes de l'inversée de la série

$$1 . 8 . 9 . 3 . 4 . 2 . 6 . 7 . 5$$

pour obtenir une suite identique à son adjointe.

Il en est de même de la série de module 13

$$1 . 4 . 7 . 3 . 12 . 8 . 6 . 13 . 9 . 2 . 5 . 10 . 11$$

aux termes de laquelle (inversée) il suffit d'ajouter le nombre 7 pour constater que la condition précédente est satisfaite.

Détermination des carrés latins semi-diagonaux.

Lorsque le module n'est pas grand, cette détermination se fait assez rapidement.

Soit un élément (a) occupant un rang (p) dans la première colonne. Il faut, *pour la semi-diagonalité droite*, que les diverses sommes ($a + p$) soient différentes. Cette indication suffit pour découvrir toutes les solutions, qui comprendront aussi celles produisant simultanément la magie des deux diagonales.

Le lecteur trouvera facilement les dispositions à adopter pour conduire les opérations à cet effet.

CHRONIQUE

Congrès international des mathématiciens.

Oslo, 13-18 juillet 1936.

Le Comité d'organisation du Congrès a le très grand regret d'informer les mathématiciens de la perte que la Science scandinave vient de faire en la personne de M. Alf GULDBERG, président du Comité, décédé à Oslo le 15 février 1936, dans sa 70$^{\text{me}}$ année.

C'est avec un vif chagrin que nous avons appris cette triste nouvelle. Alf Guldberg avait assumé, en collaboration avec son collègue M. le Prof. C. Störmer, la présidence du Comité d'organisation. Sa mort prive les mathématiciens norvégiens de l'un de leurs meilleurs représentants. Elle sera vivement ressentie, dans tous les pays, par tous ceux qui eurent le privilège de le rencontrer dans les réunions internationales.

A sa famille cruellement éprouvée, à ses collègues du Comité d'organisation, à l'Université d'Oslo, nous adressons l'expression de notre vive et sincère sympathie.

H. FEHR.

* * *

Le Congrès s'ouvrira le 13 juillet 1936 par une réception offerte aux membres du Congrès par M. le Recteur de l'Université d'Oslo.