P. Alexandroff u. H. Hopf. — Topologie. Erster Band. (Die Grundlagen der mathem. Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Bd. XLV.) — Un vol. in-8° de xiii-636 pages; br. RM. 45; Julius Springer, Berlin, 1936.

de propriétés tangentielles des coniques ouvrent les plus beaux horizons dualistiques sous l'égide, par exemple, de Poncelet.

Exercices choisis, gradués, très abondants. Questions de Cours. L'ouvrage tient vraiment tout ce qui a été promis. A. BUHL (Toulouse)

P. ALEXANDROFF u. H. HOPF. — **Topologie.** Erster Band. (Die Grundlagen der mathem. Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Bd. XLV.) — Un vol. in-8° de XIII-636 pages; br. RM. 45; Julius Springer, Berlin, 1936.

Il existe déjà plusieurs livres sur la Topologie, mais, en fait, chacun d'eux est consacré à une branche particulière de cette science qui a pris un développement si considérable depuis les travaux de Poincaré et qui joue un rôle de plus en plus important dans l'ensemble des mathématiques. L'ouvrage de MM. Alexandroff et Hopf procède d'une conception plus vaste; il veut présenter la Topologie comme un tout. Sans être une encyclopédie de toutes les théories de la Topologie et de leurs applications, il a pour but d'exposer d'une façon systématique les théories fondamentales et de tenter la synthèse des deux grandes branches qu'on a souvent distinguées en Topologie, à savoir la Topologie considérée du point de vue de la théorie des ensembles et la Topologie combinatoire ou algébrique. L'objet du premier tome est la topologie des polyèdres. Bien que les polyèdres forment une classe d'espaces topologiques trop particulière ou trop générale, suivant le point de vue auquel on se place, leur étude est d'une grande importance, parce qu'elle conduit naturellement aux méthodes qui sont, à l'heure actuelle, le fondement de la théorie des espaces topologiques d'un caractère très général aussi bien que de la théorie des variétés. L'étude approfondie des espaces topologiques généraux et des variétés est réservée aux tomes II et III qui sont en préparation. J'indique d'une façon sommaire les principales matières traitées dans le premier tome.

L'introduction contient un intéressant aperçu sur les origines, le développement et l'état actuel de la Topologie.

Dans la première partie sont développées les notions fondamentales de la Topologie générale: espace topologique, dont les axiomes sont énoncés en partant de la notion de fermeture d'un ensemble, transformation continue, espaces de Hausdorff, réguliers, normaux, compacts, bicompacts, métriques, métriques complets, etc.

La deuxième partie est consacrée à la Topologie combinatoire des complexes. On y trouve d'abord un chapitre de caractère élémentaire sur les polyèdres euclidiens et leur subdivision en cellules convexes. Avec le chapitre suivant on passe à la théorie abstraite de la Topologie combinatoire. Les complexes sont définis en partant d'un ensemble de points appelés ensemble de sommets et de certains sous-ensembles finis dont chacun définit un simplexe. La notion de complexe algébrique (ou chaîne, dans l'ancienne terminologie) est associée à un ensemble de sommets et à un groupe abélien. De cette notion découle la notion d'homologie par rapport à un ou deux groupes abéliens. Dans le chapitre sur les groupes de Betti, je signale l'étude détaillée des groupes de Betti *modulo m* et des relations entre les groupes de Betti d'un complexe fini correspondant aux différents groupes abéliens. On a souvent à considérer des répartitions des simplexes d'un complexe en blocs de simplexes. En particulier les groupes de Betti peuvent se déterminer à partir d'une répartition en cellules combinatoires;

ceci permet de démontrer l'invariance des groupes de Betti par subdivision. Enfin un chapitre traite des propriétés d'homologie des complexes appelés complexes fermés, de la somme et du produit de deux complexes.

La troisième partie a pour objet les théorèmes d'invariance topologique, concernant principalement l'invariance de la dimension et des groupes de Betti d'un polyèdre. Ces théorèmes sont démontrés par deux méthodes différentes: d'une part en partant des notions d'approximation simpliciale, de type d'homotopie et de type d'homologie d'une transformation continue; d'autre part en partant de la notion de déplacement canonique relativement au nerf d'un recouvrement d'un espace métrique. On trouvera également ici les théorèmes fondamentaux de la théorie de la dimension. Un autre chapitre contient l'étude du nombre de composantes connexes de l'espace complémentaire d'un ensemble compact dans l'espace euclidien à n dimensions et enfin le théorème de Jordan-Brouwer pour l'espace euclidien à n dimensions.

La quatrième partie contient la théorie et les applications des nombres d'intersection et des nombres d'enlacement dans l'espace euclidien à n dimensions. Le résultat capital est ici le théorème de dualité d'Alexander. Un chapitre important traite du degré d'une transformation continue et de ses applications concernant les champs de vecteurs et l'existence de points fixes. Un autre chapitre contient des théorèmes d'existence pour le prolongement d'une transformation continue ainsi que l'étude des représentations continues des polyèdres P^n sur la sphère S^n ou sur la circonférence. Finalement on trouvera des théorèmes sur les points fixes d'une transformation, en particulier le nombre de Lefschetz pour une transformation d'un polyèdre quelconque en lui-même, et des applications aux champs de directions dans les variétés différentiables.

En appendice se trouvent rassemblés des théorèmes sur les groupes abéliens ainsi que sur la géométrie euclidienne à n dimensions et les corps convexes. Des exemples typiques, des exercices et des figures soignées accompagnent l'exposé des théories générales.

Les auteurs ont tenu compte des progrès les plus récents (fin 1935) de cette science qui est toujours en plein développement. Cet ouvrage est donc du plus grand intérêt non seulement pour l'enseignement de la Topologie, mais aussi comme point de départ de recherches ultérieures.

C. Ehresmann (Paris).

C. Cranz. — **Lehrbuch der Ballistik**, Ergänzungsband. Unter Mitwirkung von O. v. Eberhard. Mit 87 Abbildungen im Text und einem Schiesstabellen-Anhang mit 2 Diagrammen. — Un vol. in-8° de 292 pages; relié, RM. 36; Julius Springer, Berlin, 1936.

Tous ceux qui s'occupent de Balistique connaissent le Traité en trois volumes de M. Cranz, Professeur à l'Ecole technique supérieure de Berlin: I. Äussere Ballistik, 5me édition, 1925; II. Innere Ballistik, 1926; III. Experimentelle Ballistik, 2me édition, 1927.

Sous le titre de *Compléments*, ce nouveau volume, rédigé en collaboration avec MM. O. von Eberhard et H. Schardin, contient une série de Notes destinées à renseigner le lecteur sur les importants progrès réalisés au cours des dix dernières années. On y trouve, en outre, une collection de problèmes numériques accompagnés de leur solution, ainsi que quatre nouvelles tables numériques qui se rattachent aux méthodes de M. von Eberhard.