Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 35 (1936)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: ÉQUATIONS DU TYPE ELLIPTIQUE, PROBLÈMES LINÉAIRES
Autor: SCHAUDER, J.
Kapitel: VI.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-27308

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 13.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

L'emploi des équations intégrales n'est plus nécessaire ni la construction de la fonction de Green. Posons

$$L(u) = \Sigma a_{ik} \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_k} = \Psi . \tag{25}$$

u est alors une *opération fonctionnelle* $F(\Psi)$ de Ψ et l'équation (24) prend la forme

$$\Psi + \Sigma b_j \frac{\partial}{\partial x_j} \left[F(\Psi) \right] + cF(\Psi) = f . \tag{26}$$

En introduisant la notation

$$W(\Psi) = \Sigma b_j \frac{\partial}{\partial x_j} F(\Psi) + cF(\Psi) , \tag{27}$$

nous avons

$$\Psi + W(\Psi) = f . \tag{28}$$

Nos limitations prouvent que $W(\Psi)$ est une opération linéaire *complètement continue* à laquelle est alors applicable la théorie développée en 1915 par M. F. Riesz. On en déduit immédiatement l'alternative suivante: l'équation non homogène (24) est toujours résoluble ou bien l'équation homogène admet une solution non nulle s'annulant sur la frontière.

VI.

Remarquons encore que ce procédé permet de traiter l'équation (24) pour des coefficients continus seulement et même bornés. J'ai démontré le résultat en question dans une note dans les *C. R. de l'Acad. des Sciences*, décembre 1934. Pour le moment je me borne au cas de dimensions $n = 2$. La fonction u est continue [1], ses dérivées premières et secondes existent presque partout et l'équation (24) est valable seulement dans ce sens.

---

[1] u satisfait à la condition de Hölder avec l'exposant $\frac{1}{2}$ et ses dérivées premières satisfont à cette condition sur presque chaque droite parallèle à une direction arbitrairement fixée.

J'ai appliqué ces résultats dans une deuxième note dans les *C. R.*[1] à l'équation elliptique quasilinéaire

$$\begin{gathered} A(x, y, z, p, q)r + 2B(x, y, z, p, q)s + C(x, y, z, p, q)t \\ = D(x, y, z, p, q) \qquad (29) \\ AC - B^2 > \triangle > 0 \end{gathered}$$

à coefficients *continus* et bornés en x, y, z, p, q. Le problème de Dirichlet est ici toujours résoluble dans le sens que nous venons de préciser[2]. On obtient ce résultat par l'application du théorème du point invariant sous la forme exposée dans mon travail dans les *Studia Math.*, 2, pp. 171-180[3]. C'est en quelque sorte une généralisation de mes résultats antérieurs concernant l'équation de forme normale

$$\Delta z = f(x, y, z, p, q) \ ,$$

où f est seulement continue.

VII.

Nous avons montré comment on peut traiter le problème de Dirichlet. Les autres problèmes aux limites, la construction de la fonction de Green etc. ne présentent maintenant — il faut le souligner — plus aucune difficulté. Je voudrais exposer ici encore la construction de la fonction de Green[4].

---

1 26. XII. 1934. La 12me ligne de la page 1567 de cette note doit être lue: « limites *arbitraires suffisamment régulières* ».

2 Remarquons que la méthode développée ici pour limiter une solution est très générale; nous pouvons de chaque évaluation de solutions des équations de Laplace et de Poisson passer à une évaluation analogue pour les équations elliptiques générales. On peut alors faire différentes hypothèses sur les coefficients a_{ik}.

3 Je m'appuie ici sur le théorème II du travail cité p. 175. Remarquons à cette occasion que la démonstration du théorème I (p. 173) de ce travail donne le théorème en question du point invariant seulement pour les espaces métriques et linéaires dans lesquels zéro possède des voisinages convexes arbitrairement petits.

4 *Une fois résolu le problème de Dirichlet il est très facile de construire la fonction* de Green G (X, E). Dans le cas de l'équation de Laplace cette fonction de Green s'obtient en retranchant de la solution $\frac{1}{r^{n-2}}$ une fonction harmonique qui sur la frontière est égale à cette solution fondamentale. Dans le cas général on opère de la même façon; on définit immédiatement la partie singulière. On doit alors en retrancher la solution d'un problème de Dirichlet posé pour une équation $L(u) = f$.