Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 35 (1936)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: Actualités scientifiques. — Fascicules gr. in-8° avec figures et planches, se vendant séparément à prix divers. Hermann & Cie, Paris.

Autor: Buhl, A.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 13.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Actualités scientifiques. — Fascicules gr. in-8° avec figures et planches, se vendant séparément à prix divers. Hermann & Cie, Paris.

226. — Hans HAHN. *Logique, Mathématiques et Connaissance de la Réalité.* Traduction du Général Ernest Vouillemin (Introduction de M. Marcel Boll. 54 pages, 1935. Prix: 10 francs). — Ce fascicule succède assez bien à celui de R. Carnap déjà analysé ici (t. 34, 1935, p. 128). Donc critique de la métaphysique mais avec de meilleurs arguments. Grande valeur des théories conduisant à des découvertes; ceci, par exemple, pour la découverte de Neptune en faveur de la loi de Newton, pour l'explication complète du mouvement du périhélie de Mercure en faveur de la loi d'Einstein. Mais les mathématiques ne correspondent pas à l'empirisme. Mots impossibles à constituer comme « tous ». On ne peut faire *toutes* les vérifications. L'empirisme ne conduit pas à « comprendre ».

229. — J. VON NEUMANN. *Charakterisierung des Spektrums eines Integraloperators* (Exposés mathématiques publiés à la mémoire de Jacques Herbrand. 20 pages, 1935. Prix: 7 francs). — Constitution sommaire d'un espace de Hilbert au moyen de sa définition intégrale mise en parallèle avec une certaine définition hermitique. Points d'accumulation de l'opérateur hermitique. Opérateurs intégraux unitaires.

On ne peut que remercier un géomètre allemand de développer de telles choses et dans une Collection française. Mais combien il serait plus naturel d'avoir des travaux français sur de tels sujets qui illustrent autant le nom de Charles Hermite que celui de David Hilbert.

243. — Vito VOLTERRA et Umberto D'ANCONA. *Les associations biologiques au point de vue mathématique* (Exposés de Biométrie et de Statistique biologique. Direction Georges Teissier. 98 pages, 1935. Prix: 20 francs). — Ce fascicule, qui atteint le volume d'un ouvrage, est dédié aux naturalistes. Il est mathématique et graphique. La partie mathématique rappelle immédiatement les travaux de M. Vito Volterra sur le sujet. Au début, loi de Malthus. Ensuite équations différentielles visant des cas de plus en plus compliqués mais où l'allure exponentielle ne se perd jamais complètement. C'est rappeler que les fonctions maniables sont à croissance exponentielle, ce qui serait banal si le rappel n'avait pas ici une confrontation biologique à l'appui. On se prend alors à penser que le monde vivant pourrait bien avoir des lois qui, tout au moins en première approximation, ne seraient pas essentiellement distinctes de celles du monde des astres puisque, de part et d'autre, nous avons des équations différentielles. Des perturbations apportées par la guerre dans la pêche en l'Adriatique ont donné des résultats d'accord avec les prévisions théoriques.

Les associations biologiques sont particulièrement fréquentes entre microorganismes mais l'étude expérimentale en est encore fort difficile à cause de l'incertitude où l'on est quant à la conservation de certaines constances. Malgré ces difficultés, des résultats surprenants semblent établis. La bibliographie du sujet est d'une étendue étonnante aussi. Elle se rapporte presque entièrement à ces vingt dernières années.

252. — Wilhelm BLASCHKE. *Integralgeometrie* (Exposés de Géométrie. Direction W. Blaschke. 24 pages, 1935. Prix: 7 francs). — Ceci est le premier fascicule de nouveaux « Exposés » que M. Wilhelm Blaschke, cédant à une

aimable invitation de l'éditeur, va publier dans les *Actualités*. Le séminaire mathématique de Hambourg peut fournir les sujets et vraiment le premier est joli, très joli ! La « géométrie intégrale » est la théorie des « probabilités géométriques » commençant avec le problème de l'aiguille de Buffon. Il y a là des considérations qui se généralisent mieux en géométrie hypersphérique. De même que l'on conçoit aisément le mouvement d'un grand cercle sur une sphère, il y a des mouvements de « grandes sphères » sur des hypersphères, mouvements dépendant, bien entendu, de paramètres matriciels u_i. Or ceci s'accompagne d'invariances d'intégrales multiples en du_i. Invariances cinématiques de la plus grande élégance !

255. — Renaud PAULIAN. *Le polymorphisme des mâles de coléoptères* (Exposés de Biométrie et de Statistique biologique. Direction Georges Teissier. 36 pages, 1935. Prix: 10 francs). — Variations de structures dans le cadre d'une même espèce animale. La chose est fréquente chez les insectes, même chez les espèces sociables. Dysharmonies représentables par des paraboles $y = Kx^z$ que des coordonnées logarithmiques transforment en graphiques rectilignes.

261. — W. J. CROZIER. *Déterminisme et variabilité dans le comportement des organismes* (Exposés de Biométrie et de Statistique biologique. Direction Georges Teissier. 58 pages, 1935. Prix: 15 francs). — M. W.-J. Crozier, Professeur de Physiologie générale à l'Université de Harward, semble impressionné par les discussions physico-mathématiques concernant le déterminisme mis en doute par des savants comme Eddington dans le domaine corpusculaire. Il ne combat d'ailleurs point de telles conclusions dans le domaine en question mais prétend qu'elles ne s'appliquent point aux actions de masses observables chez les êtres vivants macroscopiques. Là, les organismes ont des comportements, des « performances » déterministes, au moins dans certaines circonstances données. Certes, il y a d'autres circonstances où l'animal peut paraître libre mais les cas à réaction déterminée et même à interprétation mathématique n'en forment pas moins des ensembles extrêmement étendus.

270. — Lucien GODEAUX. *Les Involutions cycliques appartenant à une Surface algébrique* (Exposés de Géométrie. Direction E. Cartan. 48 pages, 1935. Prix: 12 francs). — Beau fascicule qui, comme d'autres de M. Godeaux, s'ajoute de façon particulièrement topologique aux *Fonctions de deux variables* de M. Emile Picard. Les courbes algébriques engendrent déjà des cycles fort intéressants mais ceci n'est presque rien à côté de ce qui se passe sur les surfaces entre lesquelles la correspondance cyclique s'établit entre groupes de courbes situés sur ces surfaces. Pour des surfaces d'ordres différents, les analogies sont à peu près inexistantes. Mais il faut savoir se borner au moyen de transformations birationnelles et de points *unis* transformés en eux-mêmes. En se limitant ainsi, on peut, du moins, vaincre des difficultés qui ont déjà beaucoup occupé Henri Poincaré et Georges Humbert ainsi que M. Picard déjà nommé. Ces questions sont en relation avec la représentation doublement paramétrique par fonctions abéliennes mais justement M. Godeaux n'a pas besoin du symbolisme inhérent à ces fonctions; celles-ci sont comme survolées par une habile topologie. Riche bibliographie.

271. — V. A. Kostitzin. *Evolution de l'Atmosphère. Circulation organique. Epoques glaciaires* (Exposés de Biométrie et de Statistique biologique. Direction Georges Teissier. 48 pages, 1935. Prix: 12 francs). — Ceci est encore de la biologie en grande partie mathématique mais à un point de vue assez différent de celui de M. Volterra. Ici l'évolution des êtres vivants n'est pas séparée de celle de l'atmosphère considérée d'ailleurs dans ses rapports avec la lithosphère. L'oxygène, par exemple, est aussi bien dans les pierres que dans l'air et l'eau, mais s'il n'était que dans les minéraux, la vie ordinaire n'existerait pas. L'évolution de l'atmosphère est donc un facteur capital de la circulation organique. Les réactions entre atmosphère et lithosphère peuvent avoir absorbé de la chaleur. D'où des interprétations possibles des époques glaciaires. Dans de telles conditions les équations de M. Kostitzin sont extrêmement générales mais elles serrent les faits de moins près que dans les théories à la Volterra.

274. — Georges Bouligand. *Les définitions modernes de la Dimension* (Exposés d'Analyse générale. Direction Maurice Fréchet. 48 pages, 1935. Prix: 12 francs). — Discussions, aussi philosophiques que mathématiques, que l'on peut faire remonter à Henri Poincaré écrivant, pour un public étendu, dans la *Revue de Métaphysique et de Morale*. Il s'est agi d'abord de découper l'espace au moyen de variétés à caractère dimensionnel plus simple. Ensuite on a parlé de pavage. Mais, là encore, rien ne va plus sans la considération de la nature physico-géométrique des choses. Les oppositions du ponctuel et du continu, les nécessités des problèmes à la Dirichlet, les constitutions hilbertiennes de l'espace en vue des modalités corpusculaires et ondulatoires et d'autres choses encore ont donné une complexité et un intérêt nouveaux aux conceptions dimensionnelles. Le point de vue, déjà archaïque, du monde qui cesserait d'être physique au delà de certaines structures dimensionnelles déterminées apparaît, plus que jamais, comme insoutenable.

277. — G.-F. Gause. *Vérifications expérimentales de la Théorie mathématique de la lutte pour la vie* (Exposés de Biométrie et de Statistique biologique. Direction Georges Teissier. 64 pages, 1935. Prix: 18 francs). — Ceci nous vient de l'Institut zoologique et du Comité biophysique de l'Université de Moscou. On fait, en U.R.S.S., des recherches scientifiques extrêmement originales. L'auteur revient ici vers les théories de Volterra, non pour en discuter la forme mathématique ou pour les prolonger mais pour en vérifier biologiquement les bases. Or ces vérifications réussissent sinon toujours du moins souvent.

Les microorganismes sont largement mis à contribution.

302. — J. Favard. *Les Théorèmes de la moyenne pour les Polynômes* (Exposés sur la Théorie des Fonctions. Direction Paul Montel. 52 pages, 1936. Prix: 15 francs). — Curieux fascicule qui montre bien les subtilités données par la recherche mathématique moderne à propos d'énoncés d'autrefois à caractère trivial. Ici, le trivial c'est surtout le théorème de Rolle. Il ne se généralise guère dans le domaine complexe mais si la fonction continue, généralement invoquée, est un polynôme de degré limité, le fait, pour ce polynôme, $f(z)$, d'avoir des valeurs égales en a et b permet d'assigner un cercle dans lequel $f'(z)$ possède une racine au moins. C'est le théorème

de Grace qui date de 1900 mais qui est remis au jour par une démonstration où interviennent les familles normales de M. Montel.

Dans le domaine réel, il est encore possible de préciser le théorème de Rolle en s'en tenant aux polynômes. Les méthodes apparaissent même comme assez indéterminées mais il y a particulièrement à faire avec les formules de quadratures mécaniques. Aperçus sur le problème des moments, polynômes de Tchebitchef et hypergéométriques, distributions de matière sur une courbe, intégrales de Stieltjes, orthogonalisations, formes et matrices hermitiennes, voilà l'arsenal stupéfiant qui s'agglomère autour de la question envisagée. Comme semble le dire M. Favard, il y a des modes et des époques où tout est à la mode.

305. — S. MANDELBROJT. *Séries lacunaires* (Exposés sur la Théorie des Fonctions. Direction Paul Montel. 40 pages. 1936. Prix: 12 francs). — On sait qu'en M. Szolem Mandelbrojt s'est révélé un disciple et un collaborateur de premier ordre pour M. Hadamard. L'idée reprise ici concerne d'abord les séries entières; les singularités des fonctions, dont un élément est représentable par de telles séries, se conservent par dérivation et par intégration. Or si, dans une série en $a_n x^n$, il manque une infinité de coefficients a_n, cette *lacune* existera aussi dans les séries dérivées et dans les séries intégrales. La série *lacunaire* doit donc fixer l'attention comme étant un mode spécial de représentation analytique. S'il s'agit d'une fonction *entière*, nous ne parlerons plus de singularités mais il y aura alors des droites de Julia le long desquelles le célèbre théorème de M. Emile Picard prendra des physionomies diverses. Telles sont les considérations que M. Mandelbrojt généralise en remplaçant les séries entières par des séries de Dirichlet. Initiation commode à certains travaux, pas toujours très bien connus, dus à V. Bernstein, Mordell, Ostrowski, Pólya, Szász. Les contributions dues à M. Mandelbrojt lui-même sont de tout premier ordre.

323. — Claude CHEVALLEY. *L'Arithmétique dans les Algèbres de matrices* (Exposés mathématiques publiés à la mémoire de Jacques Herbrand. 36 pages, 1936. Prix: 10 francs). — Fascicule à lecture difficile, d'autant plus qu'il semble qu'ici la concision soit un art. Je crois comprendre qu'il ne faut pas s'accorder instinctivement le droit de mêler l'arithmétique à l'algèbre comme on le fait, par exemple, en écrivant des formules à coefficients numériques ou pouvant devenir tels. Telle algèbre ne peut s'accommoder que de telle arithmétique. Il n'y a pas qu'une correspondance possible entre algèbre et arithmétique. Une algèbre, et particulièrement une algèbre matricielle, est de la nature d'un groupe; l'arithmétique a la nature d'un *groupoïde*. Comme une matrice est une sorte de nombre complexe, l'algèbre des matrices a naturellement des retentissements spéciaux sur le monde des idéaux, ce mot pouvant avoir des définitions d'origine matricielle.

Références bibliographiques toutes étrangères. Félicitons M. Chevalley qui, en France, risque d'être isolé.

325. 326. 327. — Ch. PLATRIER. I. *Cinématique du solide et Théorie des Vecteurs*. II. *Masse en Cinématique et Théorie des Tenseurs du second ordre*. III. *Cinématique des Milieux continus* (Exposés de Géométrie cinématique. Direction Ch. Platrier. 56, 84, 36 pages, 1936. Prix: 12, 18, 8 francs). — Ces trois fascicules forment un beau volume; il faut absolument les réunir

et les étudier tous trois. Ils sont la reproduction du Cours de Mécanique professé par l'auteur à l'Ecole Polytechnique et à l'Ecole des Ponts et Chaussées ou, du moins, représentent la structure essentielle de ce Cours, selon les idées modernes et en ne considérant que les théories newtonniennes. A l'étranger, nombreux sont les ouvrages élémentaires de ce genre; leur esprit, fatalement et heureusement, finira par se répandre en France. Ensuite, l'étude des Théories einsteiniennes, et même de toutes les régions de la Physique théorique, deviendra chose simple et coulant de source. Faut-il rappeler que le *Cours de Mécanique* professé à l'Ecole Polytechnique par Paul Painlevé et Charles Platrier et publié en 1929 contenait « Les Mécaniques de Newton et d'Einstein » (Voir *L'Ens. mathématique*, t. 29, 1930, p. 357).

On revoit, en I, d'une manière condensée, à peu près ce qui se trouve, sur le sujet, dans le grand *Traité* de Paul Appell. Le seul esprit d'élégance du grand géomètre disparu tenait lieu des symétries qui furent codifiées ensuite.

En II, la masse, associée à la Cinématique, n'est pas une nouveauté. Nous avons même, depuis longtemps, la Géométrie des masses. Et, comme le calcul tensoriel tend à tout géométriser, le dit fascicule II est bien dans la note; il traite des centres de gravité, des moments d'inertie, des quantités de mouvement, des moments cinétiques, de la force vive et de l'énergie d'accélération qui fut encore, rappelons-le, une conception de Paul Appell. Signalons aussi, à l'actif de M. Platrier, des développements très esthétiques quant au mouvement d'un solide autour d'un point fixe.

En III, l'hypothèse de continuité se traduit par huit conséquences généralement employées partout mais sans mise en évidence aussi nette. Remarques analogues pour les composition et décomposition des transformations infiniment petites. Enfin généralités qui en viennent encore à se scinder aisément selon les choix de variables classiques, variables de Lagrange et variables d'Euler. Il eut été facile de greffer sur tout ceci, ou plutôt *sous* tout ceci, les équations électromagnétiques de Maxwell mais les lecteurs de M. Platrier sauront certainement le faire quand ils le voudront.

329. — D. Menchoff. *Les conditions de monogénéité* (Exposés sur la Théorie des Fonctions. Direction Paul Montel. 56 pages, 1936. Prix: 15 francs). — Ce fascicule, qui nous vient de l'Université de Moscou, expose un thème fort voisin, à coup sûr, de celui de la quasi-analyticité. Le prodigieux épanouissement des fonctions analytiques a longtemps empêché d'examiner de très près les bases de leur théorie, ce à quoi on vient maintenant. Les conditions ordinaires de monogénéité $u_x = v_y$ et $u_y = -v_x$ peuvent être vérifiées sans que, tout au moins en des points, il y ait vraiment monogénéité. Ceci semble analogue aux conditions d'impossibilité du problème de Dirichlet et paraît tenir à un maniement trop sommaire de la notion de différentielle totale. On se tire mieux d'affaire avec les différentielles totales de Stoltz-Fréchet. Le théorème de l'intégrale en $f(z)\,dz$ demande, tout naturellement, des précisions analogues. Il en est encore de même pour la représentation conforme. Curieux résultats de H. Bohr sur l'étude *du module* du rapport de $f(z+h) - f(z)$ à h. La bibliographie est internationale. On y trouve Denjoy, Fédoroff, Goursat, Lichtenstein, Looman, Montel, Pompeiu, Rademacher, Saks (Varsovie), La Vallée Poussin.

331. — Miron NICOLESCO. *Les Fonctions polyharmoniques* (Exposés sur la Théorie des Fonctions. Direction Paul Montel. 56 pages, 1936. Prix: 15 francs). — Si Δ est le laplacien ordinaire à n variables, si $\Delta^0 = 1$, si $\Delta^s = \Delta(\Delta^{s-1})$, une fonction polyharmonique, d'ordre p, est solution de l'équation aux dérivées partielles $\Delta^p u = 0$, avec u fonction de n variables. Il est évidemment indiqué de rechercher l'extension, aux fonctions polyharmoniques, des résultats connus pour les fonctions harmoniques. Il s'en faut de beaucoup que cette extension soit aisée et intuitive mais, avec une pénétration suffisante, on l'obtient dans une succession de cas qui est presque étonnamment riche. Beaucoup de ces cas ont été construits par l'auteur. A l'aide de moyennes hypersphériques et d'ingénieux déterminants, M. Miron Nicolesco a construit une relation intégrale qui généralise la formule de Gauss. Suit une discussion relativement aisée des laplaciens des divers ordres. De même, le théorème de Lord Kelvin, sur la construction de fonctions harmoniques par fonctions harmoniques, est étendu aux fonctions polyharmoniques. *Toute fonction polyharmonique bornée est constante.* Ce résultat, à la manière de Liouville et de M. Emile Picard, n'est-il pas une garantie fondamentale pour toutes les extensions. Les formules et fonctions de Green généralisées voisinent avec un problème de Riquier. Le problème biharmonique est résolu pour les domaines hypersphériques et la Théorie de l'élasticité achève d'en montrer l'importance générale.

333. — Edouard GOURSAT. *Propriétés générales de l'équation d'Euler et de Gauss* (Leçons sur les Séries hypergéométriques et sur quelques fonctions qui s'y rattachent. Fascicule I. 96 pages, 1936. Prix: 20 francs). — M. Goursat, dont on vient de fêter le Jubilé et auquel l'année 1936 du *Journal de Mathématiques* est entièrement dédiée, se montre travailleur infatigable et d'ailleurs toujours aussi excellent. Dans ce beau fascicule, il reprend d'une manière élémentaire, particulièrement élégante et aisée, une question à laquelle M. Emile Picard, dans le tome III de son *Traité d'Analyse*, a consacré des pages concises et ardues. La série hypergéométrique d'Euler et de Gauss $F(\alpha, \beta, \gamma, x)$ qui satisfait à une équation différentielle $E(\alpha, \beta, \gamma)$ naît de considérations de rationalité adéquates à l'étude de la convergence. Rien que cela suffit à lui assurer une carrière d'une extrême généralité. Les transformations de E en elle-même et les formes correspondantes de F ont été devinées, constatées, bien avant que la Théorie des fonctions, supérieurement maniée par Riemann, ne vienne en donner véritablement la clef. Jacobi fit d'autres merveilles avec des intégrales définies généralisant les intégrales eulériennes. Les groupes et les méthodes de Fuchs poursuivirent. Le grand mérite de M. Goursat est de n'avoir jamais oublié le point de vue eulérien et de terminer, en beauté, par nombre de formules explicites où la fonction gamma joue un grand rôle.

A. BUHL (Toulouse).

Pierre HUMBERT. — **Potentiels et prépotentiels.** Préface de M. Louis de Broglie. (Cahiers scientifiques publiés sous la direction de M. Gaston Julia. Fascicule XV). — Un fasc. gr. in-8° de VIII-80 pages. Prix: 24 francs. Gauthier-Villars, Paris, 1936.

Après une Préface comme celle de M. Louis de Broglie, il est difficile d'écrire une analyse bibliographique. Il s'agit de l'équation de Laplace et