William Fogg Osgood. — Functions of Real Variables. — Un volume gr. in-8° de xn-400 pages, relie rouge et or. Prix: $4.00 U.S. University Press. The national University of Peking. 1936.

Autor(en): **Buhl, A.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **36 (1937)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **13.09.2024**

rien à faire avec celle de multiplicité. Avec de tels débuts, les considérations ensemblistes coulent de source.

A propos de la mesure, au sens de M. Lebesgue, signalons, au Chapitre III, certaines invariances de cette notion pour transformations linéaires. On entrevoit ici d'importantes conséquences physiques. Et, au Chapitre IV, l'intégrale de Lebesgue apparaît bien comme une extension de la notion d'aire.

Le Chapitre VII examine étroitement les liaisons possibles entre intégrales généralisées et dérivées.

Les nécessités de la brièveté nous obligent à la simple mention des extensions dues à Holder et à Denjoy. Pour les séries de Fourier, pages intéressantes sur la sommabilité à la Fejér. Pour les intégrales doubles, nous avons des calculs très explicites.

Tout cela vit, d'une sorte de vie supérieure à la vie mathématique vulgaire. C'est aussi l'analyse d'un monde physique où l'on pénètre à peine mais qui sera peut-être celui des physiciens de demain grâce à de valeureux créateurs et intermédiaires tels MM. S. Saks et H. Kestelman.

A. Buhl (Toulouse).

William Fogg Osgood. — **Functions of Real Variables.** — Un volume gr. in-8° de XII-400 pages, relié rouge et or. Prix: $4.00 U.S. University Press. The national University of Peking. 1936.

Beau et curieux volume. Le professeur émérite de la Harvard University donne à Pékin un enseignement que, pour ma part, je n'attendais pas en un tel lieu, enseignement qui pourrait servir de modèle à beaucoup d'enseignements européens.

Certains esprits intuitifs voient facilement des « chinoiseries » dans les précautions parfois extrêmes qui accompagnent un exposé concernant les fonctions de variables réelles. Ici les chinoiseries sont exclues bien que nous soyons essentiellement en pays chinois. L'auteur a rassemblé des critères, des « tests » suivant l'expression anglaise, des calculs aux résultats parfois inattendus, qui font profondément réfléchir sur les idées de convergence, de limite, de continuité, même sur la notion de nombre ainsi que sur celle d'opérations commutatives ou non. Mais tout cela se fait dans le domaine saisissable ou très simplement à partir de ce domaine. D'ailleurs, la Préface nous explique que la matière peut laisser un certain libre-arbitre, une possibilité de choix à l'étudiant qui, selon la forme de son intelligence, aura l'impression de créer lui-même des manières de penser propres à la démonstration. Ainsi le Chapitre I se termine avec des produits infinis et un aperçu sur la série hypergéométrique que beaucoup ne verraient qu'à travers des considérations analytiques; mais la notion de convergence y suffit.

Plus loin la notion de convergence *uniforme* précise encore mieux les conditions opératoires relatives à la dérivation et à l'intégration mais sans qu'il soit indispensable de parler de variables complexes; la conception est très moderne et fait sa place à la notion du quasi-analytique.

Les séries de Fourier sont mises en relation, autant qu'il est possible, avec les séries entières; leur sommabilité, suivant les idées de Césaro et de Fejér, milite excellemment en faveur de leur simplicité alors que le fameux phénomène de Gibbs (The Gibbs Effect) éclaire vivement le passage du continu au discontinu.

Les intégrales définies et les équations fonctionnelles voisinent à propos de la fonction gamma; on peut même reconnaître, dans les équations fonctionnelles, de l'analytique et du non-analytique, si bien que logiquement le point de vue fonctionnel doit s'imposer à l'attention en premier lieu. Si l'on passe d'abord par les équations différentielles, on ne connaît qu'une fonctionnalité étriquée peu propre aux considérations *quantiques*. On peut même se demander si ce n'est pas l'abus de l'esprit analytique qui paraît causer tant de difficultés dans des domaines où il n'est pas sûr que le déterminisme règne en maître. Telles sont les idées qui me semblent, au tout premier abord, venir en droite ligne de Pékin. Un bravo pour la Chine et pour M. William Fogg Osgood. A. Buhl (Toulouse).

William Fogg Osgood. — **Functions of a Complex Variable.** — Un volume gr. in-8° de VIII-258 pages, relié rouge et or. Prix: $3.00 U.S. University Press. The national University of Peking. 1936.

Ce volume est manifestement la suite du précédent bien que la chose ne soit pas explicitement indiquée, au moins dans les pages de titre. La présentation matérielle est la même, l'esprit aussi.

Nous avons déjà eu l'occasion, en signalant des ouvrages d'Analyse, d'insister sur le terrain que les méthodes de Cauchy semblent perdre peu à peu. Ici, elles ne perdent rien. Sans doute, les grandioses idées de Riemann, surtout appuyées sur la représentation conforme ou sur l'uniformisation, sont maintenant des idées de premier plan, mais l'intégrale curviligne de Cauchy, les résidus et les développements en série conditionnés par de telles prémisses, sont des constructions d'une si grande valeur esthétique qu'on ne pourrait s'en passer sans avoir tout au moins l'air de mutiler atrocement la Science. Et voici maintenant le savant américain travaillant, en Chine, à répandre surtout des idées d'origine française.

Weierstrass et Riemann suivent. C'est d'ailleurs l'ordre historique. Les fonctions elliptiques sont brièvement présentées avec la notation de Jacobi qui fut toujours celle de Charles Hermite. Et l'auteur n'a pas craint de s'émerveiller encore, sans paraître redouter l'anachronisme, au sujet de l'intégration algébrique de l'équation différentielle d'Euler. C'est toujours prodigieux surtout pour le néophyte.

Le potentiel logarithmique est l'une des clefs de la théorie des fonctions harmoniques. Il conduit aussi à l'intégrale de Poisson et incite à compléter la formule intégrale de Cauchy qui, elle, ne suffit pas à la détermination effective d'une $f(z)$ par ses valeurs sur un contour C, car on ne sait pas, en se donnant ces valeurs, si elles définissent une $f(z)$ *holomorphe* dans C, cette holomorphie étant nécessaire pour la validité de la dite formule intégrale de Cauchy.

Mais la recherche d'une extension convenable ramène aux représentations conformes dans le domaine uniforme, donc aux fonctions uniformes telles que la fonction modulaire laquelle devient, à son tour, l'instrument d'étude des fonctions uniformes quelconques dans le domaine d'un point essentiel. C'est le théorème de M. Emile Picard avec lequel on termine en beauté sans jamais perdre le contact avec l'Ecole française.

Donc l'ouvrage fait beaucoup pour la France et pour la Chine. Quoique