

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 36 (1937)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** LES RELATIONS D'ÉGALITÉ RÉSULTANT DE L'ADDITION ET DE LA SOUSTRATION LOGIQUES CONSTITUENT-ELLES UN GROUPE ?  
**Autor:** Piaget, Jean  
**Kapitel:** 2. — Composition.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-28030>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 09.01.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

2. — COMPOSITION.

Si nous composons n'importe quel élément du groupe avec n'importe quel autre, nous obtenons un produit qui est encore un élément du groupe (égalité par addition ou soustraction). La règle de composition est donc définie par l'addition membre à membre des égalités qui constituent les éléments.

I. Commençons par composer entre eux les éléments  $a, b, c, \dots$ , etc.

$$(a) A + A' = B$$

$$(b) B + B' = C$$

---


$$(p) A + B + A' + B' = B + C, \quad \text{d'où} \quad A + (A' + B') = C.$$

Cette composition constitue le principe du syllogisme ( $A < B$ ,  $B < C$ , donc  $A < C$ ), qui peut s'écrire

$$A = B - A', \quad B = C - B', \quad \text{donc} \quad A = C - (A' + B').$$

De même,  $(a) + (c)$  donne  $A + (A' + B' + C') = D$  ou  $A = D - (A' + B' + C')$ , etc.

II. Éléments  $a' b' c'$ :

$$(a') B - A' = A,$$

$$(a') B - A' = A,$$

$$(b') C - B' = B,$$

$$\text{et} \quad (c') D - C' = C,$$

---


$$(p) C - (A' + B') = A.$$

---


$$D - C' + B - A' = A + C,$$

$$\text{or} \quad B = C - B',$$

$$\text{d'où} \quad D - (C' + B' + A') = A.$$

etc.

III. Éléments  $a, b, c, \dots$  et  $a', b', c', \dots$

$$(a) A + A' = B,$$

$$(a') B - A' = A,$$

$$(c') D - C' = C,$$

$$(c) B + B' = C,$$

---


$$A + D + A' - C' = C + B,$$

---


$$B + B + B' - A' = A + C,$$

$$\text{d'où} \quad D = C + C'.$$

$$\text{d'où} \quad B = C - B'.$$

## IV. Classes négatives

$$(a'') \quad -A - A' = -B$$

$$(b'') \quad -B - B' = -C$$

$$\frac{-A - B - A' - B' = -B - C}{-A - (A' + B') = -C}, \text{ d'où } -A - (A' + B') = -C,$$

et

$$(b) \quad B + B' = C$$

$$\frac{A - B = -A'}{A + B - B + B' = C - A'}$$

$$A + B' = C - A'.$$

$$(b) \quad B + B' = C$$

$$\frac{C - D = -C'}{B + C + B' - D = C - C'}$$

$$B + B' = D - C'.$$

$$\text{d'où } B + B' = D - C'.$$

V. On peut enfin additionner ou soustraire les  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$ , etc. entre eux. On peut poser (par définition)

$$A' + B' = C - A, \quad A' - B' = C - A - B' - B',$$

$$B' + C' = D - B, \quad \text{et} \quad B' - C' = D - B - C' - C',$$

$$C' - D' = E - C, \quad C' - D' = E - C - D' - D'.$$

..., etc.

..., etc.

d'où les compositions suivantes

$$(a) \quad A + A' = B$$

$$\frac{A' + B' = C - A}{A + A' + A' + B' = B + C - A}$$

$$A + A' + B' = C$$

$$\text{d'où } A + A' + B' = C$$

..., etc.

$$(a) \quad A + A' = B$$

$$\frac{A' - B' = C - A - B' - B'}{A + A' + A' - B' = C + B - A - B' - B'}$$

$$A + A' + B' = C.$$

$$\text{d'où } A + A' + B' = C.$$

..., etc.

Bref, toute composition aboutit naturellement, grâce à l'application des règles de substitution, à un emboîtement des classes d'ordre inférieur dans les classes d'ordre supérieur<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Si l'on est frappé de l'infécondité de telles transformations, qu'on veuille bien se rappeler que notre seul but était de montrer qu'elles constituent un groupe. Au reste, comme le dit COUTURAT en comparant l'Algèbre de la Logique avec l'Algèbre mathématique: « En logique, la distinction des termes connus et inconnus est artificielle et presque inutile: tous les termes, en principe, sont connus et il s'agit seulement, étant donné entre eux certaines relations, d'en déduire des relations nouvelles (c'est-à-dire inconnues ou non explicitement connues) ». *L'Algèbre de la Logique*, p. 65.