

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 36 (1937)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: Maurice Fréchet. — Généralités sur les Probabilités. Variables aléatoires. Avec une Note de Paul Levy. Premier Livre. (Traite du Calcul des Probabilités et de ses Applications publiée par Emile Borel, avec la collaboration de C.-V.-L. Gharlier, R. Deltheil, P. Dubreil, M. Frechet, H. Galbrun, J. Haag, R. Lagrange, F. Perrin, Ch. Risser, P. Traynard. Tome I, Fascicule III). — Un ...

Autor: Buhl, A.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 25.01.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

des radiations lumineuses. Le continu est peut-être une pure invention humaine.

L'atome gravitationnel de Bohr était forcément imparfait, comme trop astronomique. Mais il n'en conduisit pas moins Bohr et ses élèves, notamment Heisenberg, à un « Principe de correspondance » qui, d'abord statistique, se précisa dans l'étude des raies spectrales. Pour l'atome radiant, y a-t-il meilleure image que le spectre ? On peut arriver par là à la Mécanique ondulatoire et à la Mécanique quantique de Heisenberg pour les ramener ensuite l'une à l'autre. Par les deux voies on reconnaît les mêmes incertitudes. Au delà, ce sont les systèmes de Pauli et surtout de Dirac tenant à construire une microphysique relativiste et y parvenant par l'invention d'une algèbre nouvelle. Tout cela ne se voit pas, ne se sent pas à l'échelle des sensations habituelles. La forme théorique générale est dans un espace de configuration. Les particules n'ont pas une individualité nette comme les points géométriques. On ne les suit pas plus dans un espace usuel qu'on ne raconte leur histoire dans un temps historique. Et cependant ce monde sous-jacent est encore étudié par l'intelligence humaine, intelligence dont la nature propre se trouve peut-être mieux révélée par le monde en question que celui-ci ne l'est par le plus pénétrant esprit d'analyse.

A. BUHL (Toulouse).

Maurice FRÉCHET. — Généralités sur les Probabilités. Variables aléatoires.

Avec une Note de Paul Lévy. Premier Livre. (Traité du Calcul des Probabilités et de ses Applications publié par Emile Borel, avec la collaboration de C.-V.-L. Charlier, R. Deltheil, P. Dubreil, M. Fréchet, H. Galbrun, J. Haag, R. Lagrange, F. Perrin, Ch. Risser, P. Traynard. Tome I. Fascicule III). — Un volume gr. in-8° de xvi-308 pages. Prix : 90 francs. Gauthier-Villars, Paris, 1937.

La grande œuvre de M. Emile Borel se poursuit magnifiquement avec de non moins grands collaborateurs. La concurrence de l'étranger n'est pas à craindre bien que le Calcul des Probabilités soit très travaillé hors de France. Mais nous possédons de merveilleux esprits synthétiques qui créent des formes nouvelles de la Science tout en englobant, avec une aisance sans égale, les apports les plus divers venus des sources les plus disparates. Le véritable esprit de M. Maurice Fréchet me paraît s'exercer dans le sens d'une révision des définitions fondamentales, non pas à un point de vue philosophique comportant nécessairement du vague mais au point de vue des extensions, des développements mathématiques possibles. Le protagoniste des « Espaces abstraits » semble avoir voulu en retrouver toutes les modalités dans le Calcul des Probabilités. Il y est arrivé. Son Premier Livre est un Traité d'Analyse moderne contenant les considérations fonctionnelles les plus pénétrantes et les plus délicates.

D'ailleurs, tout de suite (p. 30), une variable aléatoire est une fonctionnelle avoisinant nécessairement la « fonction de répartition » de M. von Mises ou la « fonction des probabilités totales » de M. Paul Lévy.

La définition des valeurs moyennes suppose l'introduction de l'intégrale de Stieltjes, en $dC(x)$, où $C(x)$ est la fonction des probabilités totales. Mais les valeurs moyennes ne sont que des valeurs typiques susceptibles de modalités telles que la « valeur médiane » associée, en deux mots, à la notion d'approximation pouvant avoir lieu aussi bien par défaut que par excès.

Il a fallu disséquer l'intégrale de Stieltjes, y reconnaître trois parties, dont une à la Lebesgue; plus loin, dans une généralisation concernant la valeur moyenne du produit de deux variables aléatoires, nous retrouvons l'inégalité de Schwarz préfaçant plus ordinairement certains raisonnements des Théories quantiques. D'ailleurs, si le Calcul des Probabilités conduit précisément, au point de vue physique, aux théories quantiques, on observe aussi, et précisément en étudiant M. Fréchet, que ce Calcul a souvent une structure mathématique interne qui est de nature quantique, les cas ne relevant que de l'ordinaire continuité devenant de plus en plus exceptionnels.

Une autre remarque, fort importante, est que beaucoup de nouveautés probabilitaires pourraient être greffées sur des conceptions existant, en germe, dans le Traité de Laplace. Cet illustre prédécesseur a dû se rendre compte de profondes transformations réservées à l'Analyse; s'il ne les a point explicitées, c'est évidemment de par la limitation des forces individuelles surtout à une époque donnée et même quand ces forces relèvent du génie.

C'est encore un des nombreux mérites de M. Fréchet que de remonter jusqu'à Laplace.

Observation analogue quant aux travaux très peu connus de Bienaymé. Il y a là une formule majorante très simple quant à une probabilité indépendante de la loi à laquelle obéit une variable aléatoire. D'où des conséquences de Tchebicheff relatives au Théorème de Bernoulli et diverses généralisations qui laissent cependant un avantage particulièrement net à la formule de Bienaymé. A ce propos, digressions remarquables sur les formules qui sont « les plus avantageuses de leur espèce ».

Les divers modes de convergence d'une suite de variables aléatoires se rattachent encore à une idée de Laplace. Il y a une convergence « en probabilité », selon M. Cantelli, qui correspond à une convergence « en mesure » et à la notion, due à M. Lebesgue, de fonctions égales « presque partout ».

Maintenant voici un « Premier espace de variables aléatoires ». Il est distancé. Il me semble y percevoir de curieuses analogies avec les espaces de groupes de M. Elie Cartan. En tout cas, c'est également beau. Et divers espaces correspondent à diverses natures de convergence.

Je crois en avoir assez dit pour éveiller le plus vif des intérêts. Diverses Notes terminent l'ouvrage. Celle de M. Paul Lévy est relative à la distance de deux « lois ».

Parmi les modernes dont les œuvres sont si bien amalgamées, citons Banach, Bernstein, Borel, Camp, Cantelli, Castelnuovo, Cramer, Frisch, Glivenko, Hausdorff, Ch. Jordan, Kamke, Khintchine, Kolmogoroff, Kuratowski, von Mises, Karl Pearson, Slutsky, Steinhaus, Wilson. Quelques idées de Cournot sont plus anciennes mais ne gâtent rien.

Concluons, sans longueur, que ce livre est un véritable prodige.

A. BUHL (Toulouse).

Vito VOLTERRA et Joseph PÉRÈS. — **Théorie générale des Fonctionnelles.**

Tome premier. Généralités sur les Fonctionnelles. Théorie des Equations intégrales (Collection de Monographies sur la Théorie des Fonctions publiée sous la Direction de M. Emile Borel). — Un volume gr. in-8° de XII-360 pages. Prix: 100 francs. Gauthier-Villars, Paris, 1936.

Voici la seconde édition des *Leçons sur les Equations intégrales et intégral-différentielles* publiées en 1913 (voir *L'Enseignement mathématique*,