

# 6. – MOUVEMENT D'UN POINT PESANT SUR LA COURBE DE L'HÔPITAL.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **36 (1937)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **09.08.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

$y = -2(3 + \sqrt{5}) = -10,47$ ; ainsi qu'un point isolé intérieur à la courbe:  $x = 0, y = -2(3 - \sqrt{5}) = -1,528$ .

Elle admet un foyer  $F(x = 0, y = -\frac{8}{5})$  auquel est associée la directrice  $Ox$ . L'équation focale entre le rayon vecteur  $r = FM$  du foyer et la distance  $D$  du point  $M$  à la directrice est:

$$25r^2 = D^2(4\sqrt{D} + 5).$$

D'où résulte l'équation de la courbe:

$$(25x^2 + 20y^2 + 80y + 64)^2 + 16y^5 = 0.$$

En introduisant l'angle  $\alpha$  d'inclinaison de la tangente au point courant sur l'horizontale

$$u = -\operatorname{tang} \frac{\alpha}{2},$$

l'expression de la courbure devient:

$$\frac{1}{\rho} = \cos^6 \frac{\alpha}{2}.$$

La développée est représentée par les équations:

$$\xi = -4u^3 \left(1 + \frac{3}{5}u^2\right),$$

$$\eta = u^6 - 3u^2 - 2 = (u^2 + 1)^2(u^2 - 2);$$

le rayon  $\rho'$  de courbure de la développée a pour expression:

$$\begin{aligned} \rho' &= 3u(u^2 + 1)^3 \\ &= 3 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \times \frac{1}{\cos^6 \frac{\alpha}{2}}. \end{aligned}$$

## 6. — MOUVEMENT D'UN POINT PESANT SUR LA COURBE DE L'HÔPITAL.

Soit  $v_0$  la vitesse au sommet de la courbe. Posons

$$v_0^2 = 2gh, \quad h > 0.$$

L'équation du mouvement sur la courbe est :

$$\sqrt{\frac{g}{2}} t = \int_0^u \frac{(1 + u^2)^2}{\sqrt{u^4 + 2u^2 + h}} du ;$$

la pression est

$$N = 1 + 2 \frac{h - 1}{\rho} .$$

Dans le cas,  $h = 1$ ,  $v_0 = \sqrt{2g}$ ,  $N = 1$ . La pression pour cette valeur particulière de la vitesse initiale est bien constante et elle reste égale au poids.

La loi du mouvement est alors :

$$\sqrt{\frac{g}{2}} t = u + \frac{u^3}{3} ,$$

comme dans le cas du mouvement parabolique des comètes. L'hodographe est, en effet, dans le cas  $N = 1$ , une parabole de foyer O.

#### 7. — DE LA QUADRATURE DE LA RADIALE DE TUCKER.

De l'Hôpital donne la longueur d'un arc de la quintique, ainsi que l'expression de l'aire qu'elle délimite. Il évalue l'aire comprise entre la courbe, sa développée, l'axe de symétrie et une normale courante: en d'autres termes, *l'aire balayée par le rayon de courbure dans le déplacement du point depuis le sommet  $u = 0$  jusqu'à une position quelconque  $u$ .*

En observant que cette aire  $\Sigma$  est constituée par des triangles élémentaires ayant leurs sommets aux centres de courbure et ayant pour bases les arcs infiniment petits de la courbe, c'est-à-dire ayant pour aire

$$d\Sigma = \frac{1}{2} \rho^2 d\alpha ,$$

(à des infiniment petits près d'ordre supérieur), il est manifeste que, d'une manière générale, pour une courbe plane quelconque,